

## Chapitre 13 : matrices et vecteurs

- Ensemble des matrices, opérations
- Produit matrice  $\times$  colonne
- Produit matrice  $\times$  matrice
- Théorie sur le produit : matrice identité, matrice nulle, associativité, linéarité, non-commutativité. . .
- Matrice inversible, inverse

### Nouveau

- Famille de vecteur de  $\mathbb{K}^n$  et de  $\mathcal{M}_{n,1}(\mathbb{K})$  (**ce sont les seuls vecteurs considérés, tout ce qui suit est dans ce contexte**).
- Combinaison linéaire et Vect.
- Famille libre ; famille génératrice de  $\mathbb{K}^n$  ou  $\mathcal{M}_{n,1}(\mathbb{K})$ .
- Application linéaire canoniquement associée à une matrice :  $f_A : \mathcal{M}_{p,1}(\mathbb{K}) \rightarrow \mathcal{M}_{n,1}(\mathbb{K})$ .
- Image d'une matrice.
- Noyau d'une matrice.

À terme l'élève doit être capable de jongler entre les différentes notions : Image, Noyau, injectivité, surjectivité de  $f_A$ , famille libre, famille génératrice de  $\mathbb{K}^n$  ou  $\mathcal{M}_{n,1}(\mathbb{K})$ , existence et/ou unicité des solutions d'un système, rang de la matrice. . .

Pour l'instant on peut le guider pour passer d'un monde à l'autre.

## Chapitre 22 : probabilités

- Généralité : expérience, issue, univers, évènement, incompatibilité.
- Système complet d'évènements.
- Probabilité, espace probabilisé, modélisation probabiliste.
- Lemme de découpage :  $B = (B \cap A) \cup (B \cap \bar{A})$  et cette union est disjointe.
- Probabilité conditionnelle.
- Formule des proba totales.
- **New** : Indépendance (2 à 2 et mutuelle).

## Questions de cours

### Trigo ou équivalent usuel

Toutes les colles commencent par l'énoncé

- d'une formule de trigo (identité du cercle, formules d'additions, formules issues des symétries du cercle trigonométrique, formules de duplication) et/ou des valeurs particulières de sin, cos, tan ;
- ou d'un équivalent usuel de suites ( $\sin(u_n)$ ,  $\cos(u_n) - 1$ ,  $\tan(u_n)$ ,  $\ln(1+u_n)$ ,  $e^{u_n} - 1$ ,  $(1+u_n)^\alpha - 1$ ,  $\arctan(u_n)$ ,  $\arcsin(u_n)$  quand  $u_n \rightarrow 0$ ).

Cette étape ne fait pas partie de la note, mais jusqu'à 4 points peuvent être retirés en cas de méconnaissance.

### Récitation

- Soit  $A \in \mathcal{M}_{n,p}$ . Définition du noyau et de l'image de  $A$  ; définition de l'application linéaire canoniquement associée à  $A$ . (Chap. 13E)
- Ensemble des combinaisons linéaires d'une famille de vecteurs. Famille génératrice de  $\mathbb{K}^n$  ou  $\mathcal{M}_{n,1}(\mathbb{K})$ . (Chap. 13D)
- Formules pour la probabilité d'une union et pour la probabilité d'une intersection (les différents cas avec toutes les hypothèses). (Chap. 22B, 22C)

### Démonstrations et exercices de cours.

- Démonstration que  $f_A$  est injective si et seulement si  $\ker(A) = \{\vec{0}_p\}$  (Chap. 13E 2.1)
- Si  $A$  et  $B$  sont deux évènements indépendants, alors  $A$  et  $\bar{B}$  sont indépendants. (Chap. 22C prop. 1)
- Montrer que  $\mathcal{T} = ((1, 1), (-1, 1))$  est libre. Montrer que  $\mathcal{T}$  est génératrice de  $\mathbb{R}^2$ . (Chap. 13D 1 et 2.1)

## Méthodes à connaître et exercices élémentaires

- [13] Montrer qu'une famille de  $\mathcal{M}_{n,1}(\mathbb{R})$  ou  $\mathbb{R}^n$  est libre/génératrice dudit espace.
- [13] Déterminer l'image ou le noyau d'une matrice.
- [22] Application de la formule des proba totales.
- [22] Utilisation de l'indépendance.
- [12] Équivalent de suites.

### En exo supplémentaire

- [13] Produit de matrices. Inverse de matrices. Passage système – équation matricielle.