

Chapitre 13 : matrices et vecteurs

- Ensemble des matrices, opérations
- Produit matrice \times colonne
- Produit matrice \times matrice
- Théorie sur le produit : matrice identité, matrice nulle, associativité, linéarité, non-commutativité. . .
- Matrice inversible, inverse
- Famille de vecteur de \mathbb{K}^n et de $\mathcal{M}_{n,1}(\mathbb{K})$ (**ce sont les seuls *vecteurs* considérés, tout ce qui suit est dans ce contexte**).
- Combinaison linéaire et Vect.
- Famille libre ; famille génératrice de \mathbb{K}^n ou $\mathcal{M}_{n,1}(\mathbb{K})$.
- Application linéaire canoniquement associée à une matrice : $f_A : \mathcal{M}_{p,1}(\mathbb{K}) \rightarrow \mathcal{M}_{n,1}(\mathbb{K})$.
- Image d'une matrice.
- Noyau d'une matrice.

À terme l'élève doit être capable de jongler entre les différentes notions : Image, Noyau, injectivité, surjectivité de f_A , famille libre, famille génératrice de \mathbb{K}^n ou $\mathcal{M}_{n,1}(\mathbb{K})$, existence et/ou unicité des solutions d'un système, rang de la matrice. . .

Pour l'instant on peut le guider pour passer d'un monde à l'autre.

Chapitre 14 : limites et continuité

- limites, limites à gauche et à droite.
- continuité.
- prolongement par continuité.
- petit o , grand O , équivalent de fonctions. Opérations sur les \mathcal{O} .

Chapitre 15 : Polynômes

- Définition
- degré
- divisibilité, division euclidienne
- racines, factorisation
- dérivée
- théorème de Taylor

Pas encore de multiplicité des racines.

Questions de cours

Trigo ou équivalent usuel

Toutes les colles commencent par l'énoncé

- d'une formule de trigo (identité du cercle, formules d'additions, formules issues des symétries du cercle trigonométrique, formules de duplication) et/ou des valeurs particulières de \sin , \cos , \tan ;
- ou d'un équivalent usuel de suites ($\sin(u_n)$, $\cos(u_n) - 1$, $\tan(u_n)$, $\ln(1+u_n)$, $e^{u_n} - 1$, $(1+u_n)^\alpha - 1$, $\arctan(u_n)$, $\arcsin(u_n)$ quand $u_n \rightarrow 0$).
- ou d'un équivalent usuel de fonctions ($\sin(u(x))$, $\cos(u(x)) - 1$, $\tan(u(x))$, $\ln(1+u(x))$, $e^{u(x)} - 1$, $(1+u(x))^\alpha - 1$, $\arctan(u(x))$, $\arcsin(u(x))$) avec $u(x) \rightarrow 0$ quand $x \rightarrow a$).

Cette étape ne fait pas partie de la note, mais jusqu'à 4 points peuvent être retirés en cas de méconnaissance.

En particulier l'oubli de l'hypothèse $u_n \rightarrow 0$ ou $u(x) \rightarrow 0$ quand $x \rightarrow a$ sera sanctionnée par au moins 2 points !

Récitation

- Énoncer le "corollaire très utile" reliant nombre de racine et degré d'un polynôme. (Chap. 15A 3.)
- Énoncer le théorème des valeurs intermédiaires (avec dessin) et le théorème de la bijection dans sa dernière version. (Chap. 14B 3.)
- Rappeler comment réécrire une limite et la continuité d'une fonction en un point à l'aide des $\alpha(\dots)$ (Chap. 14C 1.)

Démonstrations et exercices de cours.

- Démontrer que a est une racine de P si et seulement si $(X - a)$ divise P . (Chap. 15B.1)
- Énoncer le théorème des bornes atteintes avec un exemple et 2 contre-exemples montrant la nécessité des hypothèses. (Chap. 14B 3.)
- Factoriser $X^6 - 1$ sur \mathbb{R} de deux façons différentes : avec astuce (en lien avec l'exercice ©1 feuille 15.1) puis en passant par les complexes. (Chap. 15B. 2.)

Méthodes à connaître et exercices élémentaires

- [15] Division euclidienne de polynômes.
- [14] Calcul d'équivalents de fonctions.
- [14] Montrer qu'une fonction est continue/prolongeable par continuité (peu traité).
- [13] Montrer qu'une famille de $\mathcal{M}_{n,1}(\mathbb{R})$ ou \mathbb{R}^n est libre/génératrice dudit espace.
- [13] Déterminer l'image ou le noyau d'une matrice.

En exo supplémentaire

- [22] Application de la formule des proba totales.
- [22] Utilisation de l'indépendance.