

Chapitre 18 : Espace vectoriel

- Espace vectoriel, sous-espace vectoriel, sous-espace vectoriel engendré.
- Famille libre, famille génératrice, base, coordonnées.

Chapitre 16 : Dérivabilité

- Dérivabilité, dérivée à droite et à gauche.
- Développement limité à l'ordre 1.
- Théorème de la limite de la dérivée.
- Théorème de Rolle, théorème des accroissements finis, inégalité des accroissements finis.
- Classes de régularité, dérivée d'ordre supérieure, formule de Leibniz

Chapitre 20 : Intégration

- Intégration par parties
- Changement de variable
- Formule de Taylor avec reste intégral
- Valeur moyenne, Sommes de Riemann

Questions de cours

Trigo ou équivalent usuel

Toutes les colles commencent par l'énoncé

- d'une formule de trigo (identité du cercle, formules d'additions, formules issues des symétries du cercle trigonométrique, formules de duplication) et/ou des valeurs particulières de \sin , \cos , \tan ;
- ou d'un équivalent usuel de suites ($\sin(u_n)$, $\cos(u_n) - 1$, $\tan(u_n)$, $\ln(1+u_n)$, $e^{u_n} - 1$, $(1+u_n)^\alpha - 1$, $\arctan(u_n)$, $\arcsin(u_n)$ quand $u_n \rightarrow 0$).
- ou d'un équivalent usuel de fonctions ($\sin(u(x))$, $\cos(u(x)) - 1$, $\tan(u(x))$, $\ln(1+u(x))$, $e^{u(x)} - 1$, $(1+u(x))^\alpha - 1$, $\arctan(u(x))$, $\arcsin(u(x))$) avec $u(x) \rightarrow 0$ quand $x \rightarrow a$).

Cette étape ne fait pas partie de la note, mais jusqu'à 4 points peuvent être retirés en cas de méconnaissance.

En particulier l'oubli de l'hypothèse $u_n \rightarrow 0$ ou $u(x) \rightarrow 0$ quand $x \rightarrow a$ sera sanctionnée par au moins 2 points !

Récitation

- Énoncer la formule d'intégration par parties. (Chap. 20C 1.)
- Énoncer le théorème de changement de variable. (Chap. 20C 2.)
- Formule de LEIBNIZ pour les dérivées n -èmes d'un produit. (Chap. 16C 2.)
- Théorème sur les sommes de RIEMANN avec le cas particulier sur $[0, 1]$. (Chap. 20B 3.)

Démonstrations et exercices de cours.

- Exercice : (Feuille 20)

Exercice 1 (🔗🕒Cercle)

Déterminer $\int_0^1 \sqrt{1-x^2} dx$

1. Par représentation graphique de la fonction $f(x) = \sqrt{1-x^2}$ et raisonnement sur l'aire sous cette courbe.
2. Par changement de variable $x = \sin(t)$.

- Calculer la limite quand $n \rightarrow +\infty$ de $\sum_{k=0}^n \sqrt{\frac{k}{n^3}}$. (Chap. 20B 3.)
- Deux intégrations par parties : (Chap. 20B 1.)
 - ▶ Calculer $I = \int_0^1 te^{-t} dt$.
 - ▶ Calculer $l(x) = \int_0^x \arctan(t) dt$ pour $x \in \mathbb{R}$. Vérifier que $l'(x) = \arctan(x)$.
- Montrer que la fonction

$$x \mapsto \begin{cases} x^2 & \text{si } x \geq 0 \\ -x^2 & \text{si } x < 0 \end{cases}$$

est continue et de classe \mathcal{C}^1 sur \mathbb{R} .

(Chap. 16C 1.)

Méthodes à connaître et exercices élémentaires

- [20] Intégration par parties.
- [20] Changement de variable dans une intégrale (on donnera le changement de variable).
- [16 (et 14)] Dérivabilité et régularité d'ordre supérieure d'un prolongement.

En exo supplémentaire

- [18] Trouver une base de F . Et donner les coordonnées d'un vecteur dans cette base.
- [14] TVI, bornes atteintes, théorème de la bijection.
- [14] Montrer qu'une fonction est continue/prolongeable par continuité.