



Chapitre 19 - TD :

Matrices

Indications

Simon Dauguet
simon.dauguet@gmail.com

23 mars 2024

1 Coefficients

| Exercice | Indications |
|----------|--|
| 1 | C'est du calcul. |
| 2 | C'est du calcul. C'est pour s'entraîner. |
| 3 | C'est un exercice d'écriture. Il faut revenir aux définitions. |

2 Produit, Commutativité

| Exercice | Indications |
|----------|---|
| 4 | Il y a déjà une indication. On propose deux matrices. Il n'y a pas 36 choses que l'on peut faire avec deux matrices de même tailles ... |
| 5 | C'est un système non-linéaire à résoudre. Attention, il peut y avoir plus de solutions que l'on pourrait croire au premier abord. |
| 6 | Commencer par <i>LC</i> . Attention à la taille des objets. |
| 7 | Un peu de sang-froid, un peu de définition et tout devrait bien se passer. |
| 8 | Cet exercice a déjà été fait. Mais dans un autre contexte. Il y a peut-être quelque chose à récupérer. |
| 9 | On rappelle que $\mathcal{M}_n(\mathbb{K})$ est un anneau. |
| 10 | C'est un exercice qui a déjà été fait plusieurs fois. Notamment dans les anneaux. Puis on généralise un petit peu. |
| 11 | Il suffit d'écrire les définitions du produit matriciel. |
| 12 | Pour les deux premières questions, se référer à l'exercice précédent. Pour la troisième, se ramener à l'étude de la résolution d'une équation de la forme $f(x) = m$. Et pour la dernière, il suffit de compter les solutions. |
| 13 | L'exercice est bien guidé. Il ne devrait pas y avoir trop de problème. Attention aux différences entre \mathbb{R} et \mathbb{C} . |

| | |
|----|---|
| 14 | Produit de matrices pas blocs. Attention, les blocs sont des matrices. On ne peut pas faire complètement ce qu'on veut. En particulier, attention pour les puissances. Commencez par calculer B^2 . |
| 15 | Commencez par faire le calcul de M par une matrice par blocs $\begin{pmatrix} A' & B' \\ C' & D' \end{pmatrix}$. Puis résoudre un système matriciel. |

3 Puissances de matrices

| Exercice | Indications |
|----------|--|
| 16 | Faire des récurrences. |
| 17 | C'est bien guidé. Attention dans les calculs. |
| 18 | Reprendre les exercices 16 et 17. |
| 19 | C'est guidé. Attention en évaluant un polynôme sur une matrice. |
| 20 | C'est une généralisation de l'exercice 19. |
| 21 | C'est du calcul matriciel. Bien écrire les définitions et tout devrait bien se passer. |
| 22 | En fait, c'est l'exercice 20 à peine déguisé. |
| 23 | Le contraire de "au moins deux", c'est ?... |
| 24 | Considérer le polynôme $P(X) = X(X - \alpha)(X - \beta)$ et faire une division euclidienne. |
| 25 | Si P est un polynôme, $\tilde{P}(A)$ a une forme particulière. Utiliser alors les polynômes interpolateur de Lagrange pour choisir un polynôme P . |

4 Transposée, Matrices symétriques, Matrices antisymétriques

| Exercice | Indications |
|----------|---|
| 26 | Rien de particulier. Ne pas confondre verticales et horizontales, évidemment. |
| 27 | C'est un raisonnement classique. Commencer par trouver une condition nécessaire. |
| 28 | Ce sont des questions de cours. Pour la dernière question, on pourra penser à utiliser la base canonique de $\mathcal{M}_n(\mathbb{R})$. |
| 29 | Le sens direct est facile. Pour la réciproque, c'est une question de produit matriciel. Il faut bien écrire les produits. Ne pas oublier que ça marche pour TOUTES matrices colonnes. Il "suffit" donc de bien choisir les colonnes en questions. |
| 30 | On est dans une catégorie spécifique du cours. Ça limite un peu les possibilités. |
| 31 | Utiliser la taille de la matrice pour la première question. Pour la deuxième question, la matrice $AB - BA$ a une forme très particulière qui donne le résultat avec la question 1. |
| 32 | C'est normalement assez bien guidé. |