

Chapitre 1 - TD :

Calculs Algébriques

Indications

Simon Dauguet
simon.dauguet@gmail.com

September 15, 2023

1 Sommes simples

Exercice	Indications
1	C'est une application du cours. Il suffit de bien appliquer le cours avec un peu d'attention.
2	Pour la 5 et 6, il faut faire apparaître des télescopages. Pour la 7, aussi. Mais il y a une astuce. Ne peut-on pas écrire k différemment pour faire apparaître une différence de factorielle ?
3	Il suffit d'utiliser la définition des coefficients binomiaux et d'utiliser les petites propriétés faciles sur les factorielles. Il n'y a pas de difficultés majeures. Attention à bien écrire les factorielles correctement : $(2n)! \neq 2n!$.
4	C'est l'application d'un point du cours. C'est toujours le même point à chaque fois. Mais on augmente la difficulté de la manipulation.
5	Penser au regroupement par paquets. La forme de l'expression devrait vous donner des idées de quels paquets considérer.
6	On commence toujours par simplifier les expressions avant de faire quoi que ce soit. Toujours.
7	Ici, c'est guidé.
8	C'est guidé. Attention en remplaçant dans une formule. C'est pas dire si on le fait correctement.
9	Commencer par exprimer a_k en fonction de A_n . À partir de là, vous devriez pouvoir commencer à faire des choses. La deuxième question est une applications de la première. Il "suffit" de bien choisir qui sont a_n et b_n . Il n'y a que deux choix raisonnables possibles. Et seulement l'un des deux fonctionne bien.
10	En se souvenant de la définition des factorielles, ça ne devrait pas poser trop de problème.
11	Cette somme devrait vous rappeler quelque chose. Attention, si ce n'est pas la même chose que dans le cours, on ne peut pas l'utiliser tel quel.
12	Attention aux apparences. Ça ressemble à un point du cours, mais pas assez. Il faut commencer par manipuler d'abord les coefficients binomiaux. Et ensuite ça se simplifie bien.
13	C'est de l'application du cours. Bien faire attention en manipulant les expressions.
14	Les indications sont contenues dans l'énoncé.
15	Pour la 1b, faire une disjonction de cas sur la première moitié des indices puis la seconde partie.
16	Faire une récurrence. Attention en l'écrivant. C'est essentiellement un jeu d'écriture. Il y a une manipulation sur les coefficients binomiaux à faire également. Mais comme on est assez limité dans les choix possibles, vous devriez trouver vite.
17	Ces sommes devraient vous rappeler des morceaux du cours. On ne pourrait pas lier les deux sommes en même temps, par hasard ?

2 Sommes doubles

Exercice	Indications
18	Newton fonctionne avec deux termes. Mais $3 = 1 + 2$. Donc ...
19	Ce sont les premières sommes doubles. Il suffit de commencer par les écrire plus simplement. Et après, c'est que tu calcul.
20	Il suffit de simplifier l'expressions. Ça tombe bien, on a plein de choses à faire avec les logarithmes pour simplifier les expressions.
21	C'est classique. Commencer par couper les double somme en deux pour écrire deux sommes avec des expressions plus simples qu'on pourra calculer.
22	Il y a une astuce. On est dans la partie somme double. Donc il faut faire apparaître une somme double. Il n'y a pas un moyen simple (très simple) d'exprimer l'un des facteurs à l'aide d'une somme ?
23	C'est assez évident.
24	Il y a une astuce pour S_2 . On rappelle que les variables sont muettes. En particulier, on peut échanger les lettres i et j . Mais dans ce cas, $2S_2$ s'écrit aussi ... ?
25	Il faut garder la tête froide. Attention aux choix des indices.
26	Exercice classique. Pour la dernière question, partir de l'expression la plus "compliquée" et la simplifier pour arriver au résultat.
27	Garder la tête froide et bien regarder la somme. Elle est moche, mais elle est simple.

3 Produits

Exercice	Indications
28	C'est un premier produit. Il devrait être simple.
29	Il faut faire des changements d'indices. Attention, ne pas oublier que ce sont des produits.
30	Faire une récurrence. Il faut se ramener à une propriété tierce à montrer, celle qui correspond à "l'étape manquante" dans l'hérédité.
31	Pas de problème. C'est de la manipulation de produits.
32	Des produits doubles. Enfin. On procède comme pour les sommes doubles. Sauf que ce sont des produits.
33	On simplifie et hop.
34	C'est assez bien guidé, normalement.
35	Pour la 2, commencer par simplifier l'expression pour vous ramener à la question 1.
36	C'est bien guidé.
37	C'est un exercice très classique. Il faut connaître un peu la trigonométrie. Et les limites de références.