

Exercice 14 : Soit f une fonction définie sur un ensemble I . Préciser son ensemble de dérivabilité \mathcal{D}_f et déterminer sa dérivée.

- | | |
|--|---|
| 1) $f(x) = x^3 + x^2$; $I = \mathbb{R}$ | 11) $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}$; $I = \mathbb{R}_+^*$ |
| 2) $f(x) = x^3 - x^2 - x - 1$; $I = \mathbb{R}$ | 12) $f(x) = \frac{x+1}{x-2}$; $I = \mathbb{R} \setminus \{2\}$ |
| 3) $f(x) = \sqrt{x} + x$; $I = \mathbb{R}^+$ | 13) $f(x) = \frac{x^3+1}{x^2-1}$; $I = \mathbb{R} \setminus \{-1; 1\}$ |
| 4) $f(x) = x^2 - \frac{1}{x}$; $I = \mathbb{R}^*$ | 14) $f(x) = \frac{\sqrt{x}}{x-1}$; $I =]1; +\infty[$ |
| 5) $f(x) = 3x^2 - 4x + 3$; $I = \mathbb{R}$ | 15) $f(x) = \frac{x^2+x-1}{\sqrt{x}}$; $I =]0; +\infty[$ |
| 6) $f(x) = -4x^4 + 3x^3 - 2x^2 + x$; $I = \mathbb{R}$ | 16) $f(x) = (3x + 1)^3$; $I = \mathbb{R}$ |
| 7) $f(x) = x^3 - 2x^2 + 3x - 4$; $I = \mathbb{R}$ | 17) $f(x) = (1 - 2x)^4$; $I = \mathbb{R}$ |
| 8) $f(x) = \frac{1}{x}(x^3 - 1)$; $I = \mathbb{R}^*$ | 18) $f(x) = \sqrt{2x + 1}$; $I = [-\frac{1}{2}; +\infty[$ |
| 9) $f(x) = x^2(\sqrt{x} + 1)$; $I = \mathbb{R}^+$ | 19) $f(x) = \sqrt{2 - 3x}$; $I =]-\infty; \frac{2}{3}]$ |
| 10) $f(x) = \frac{1}{x^2+1}$; $I = \mathbb{R}$ | 20) $f(x) = \sqrt{x^2 + 3x + 5}$; $I = \mathbb{R}$ |

Exercice 15 : Soit f une fonction définie sur un ensemble I . Déterminer sa dérivée.

- | | |
|--|--|
| 1) $f(x) = 2019$; $I = \mathbb{R}$ | 15) $f(x) = \sqrt{x}(x^2 + 1)$; $I =]0; +\infty[$ |
| 2) $f(x) = 4x - 7$; $I = \mathbb{R}$ | 16) $f(x) = \frac{1}{x}(x^2 - 1)$; $I = \mathbb{R} \setminus \{0\}$ |
| 3) $f(x) = x^4$; $I = \mathbb{R}$ | 17) $f(x) = \frac{4}{2x-3}$; $I = \mathbb{R} \setminus \{\frac{3}{2}\}$ |
| 4) $f(x) = 4x^4$; $I = \mathbb{R}$ | 18) $f(x) = \frac{2}{1-4x}$; $I =]1; +\infty[$ |
| 5) $f(x) = (2x - 1)(x + 3)$; $I = \mathbb{R}$ | 19) $f(x) = \frac{-2}{x^2+x+1}$; $I = [0; +\infty[$ |
| 6) $f(x) = (x^2 - x + 2)(2x^3 - 4)$; $I = \mathbb{R}$ | 20) $f(x) = \frac{3}{x^4+1}$; $I = \mathbb{R}$ |
| 7) $f(x) = 2x^2 - 3x + 1$; $I = \mathbb{R}$ | 21) $f(x) = \frac{5x-1}{x+2}$; $I = \mathbb{R} \setminus \{-2\}$ |
| 8) $f(x) = x^3 + 4x^2 + 5x - 6$; $I = \mathbb{R}^*$ | 22) $f(x) = \frac{3-x}{1+4x}$; $I = [\frac{1}{2}; +\infty[$ |
| 9) $f(x) = \frac{1}{4}x^4 - \frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{2}x^2 - 10$; $I = \mathbb{R}^+$ | 23) $f(x) = \frac{x-1}{x^2+x+1}$; $I = \mathbb{R}$ |
| 10) $f(x) = \sqrt{x} + \frac{1}{x}$; $I = \mathbb{R}_+^*$ | 24) $f(x) = \frac{x^2+x+1}{x^2+1}$; $I = \mathbb{R}$ |
| 11) $f(x) = \sqrt{x}(x + 1)$; $I =]0; +\infty[$ | 25) $f(x) = \frac{\sqrt{x}}{x+1}$; $I = \mathbb{R}$ |
| 12) $f(x) = \sqrt{x}(x^2 - x + 1)$; $I =]0; +\infty[$ | 26) $f(x) = \frac{\sqrt{x}}{x^2+1}$; $I = \mathbb{R}$ |
| 13) $f(x) = (2x + 3)(1 - 4x)$; $I = \mathbb{R}$ | 27) $f(x) = \sqrt{x - 2}(x^2 - 1)$; $I =]2; +\infty[$ |
| 14) $f(x) = (x^2 - 1)(x^3 + x)$; $I = \mathbb{R}$ | 28) $f(x) = \frac{\sqrt{3-x}}{x^3}$; $I =]-\infty; 3[\setminus \{0\}$ |

Exercice 16 : Pour chacune des propositions suivantes indiquer si elle est vraie ou fautive en justifiant votre réponse.

- Les fonctions f et g définies pour tout $x \neq -1$ et $x \neq 1$ par $f(x) = \frac{3x-1}{x^2-1}$ et $g(x) = 1 + \frac{1}{x-1} + \frac{2}{x+1}$ ont la même fonction dérivée.
- La dérivée de la fonction f définie sur \mathbb{R}_+ par $f(x) = \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+1}$ est définie sur $]0; +\infty[$ par $f'(x) = \frac{\sqrt{x}}{(\sqrt{x}+1)^2}$
- Soient les fonctions f et g définies sur \mathbb{R} . Il existe un unique réel a pour lequel $f'(a) = g'(a)$
- Les nombres dérivées de f en 1 des fonctions inverse et valeur absolue sont égaux.
- Il n'existe pas de fonction dérivable en tout réel sauf en $\sqrt{2}$
- Soient f et g deux fonctions définies sur \mathbb{R} . Si les fonctions dérivées sont égales en tout point de \mathbb{R} alors f et g sont égales.