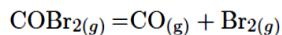

Exercices de révisions

24.1.3 Synthèse gazeuse du dibrome

Un récipient de volume $V_0 = 2,00 \text{ L}$ contient initialement $n_0 = 0,500 \text{ mol}$ de $\text{COBr}_{2(g)}$, dans lequel on place également $n_1 = 0,100 \text{ mol}$ de $\text{CO}_{(g)}$ et $n_1 = 0,100 \text{ mol}$ de $\text{Br}_{2(g)}$.

Le $\text{COBr}_{2(g)}$ se décompose à une température de 346 K selon l'équation de réaction :



Tous les gaz sont supposés parfaits et la constante d'équilibre à 346 K est : $K^\circ = 5,46$.

1. Exprimer les pressions partielles des diverses espèces gazeuses présentes dans le système.
2. Dans quel sens va avoir lieu la réaction ?
3. Montrer que l'avancement à l'équilibre ξ_{eq} vérifie $\frac{(0,1+\xi_{\text{eq}})^2}{0,5-\xi_{\text{eq}}} \simeq 0,380$.
4. La solution de l'équation précédente donne $\xi_{\text{eq}} \simeq 0,22$. Calculer le pourcentage de $\text{COBr}_{2(g)}$ décomposé à l'équilibre à cette température.

L'équilibre étant réalisé, on rajoute $2,00 \text{ mol}$ de monoxyde de carbone au milieu réactionnel.

5. Dans quel sens va évoluer le nouveau système ?
6. Déterminer la composition du système lorsqu'un nouvel état d'équilibre est atteint.

23.1.3 Trioxyde de Tungstène

Le trioxyde de tungstène WO_3 est modélisable par une solide ionique. Il présente une structure cubique telle que les ions tungstène W^{p+} occupent les sommets de la maille et les ions oxyde O^{2-} le milieu des arêtes. On note a le paramètre de maille.

1. Le tungstène a pour symbolisation $_{74}\text{W}$. Établir sa configuration électronique, en rappelant les règles utilisées pour le faire. À quelle période, colonne et famille appartient cet élément ?
2. Proposer un ion stable pour cet élément et justifier votre choix.
3. Dessiner une maille et en déduire la valeur de p .
4. On admet une tangence anion-cation. Établir l'expression de la compacité du cristal WO_3 et calculer sa valeur.
5. Le centre du cube et les centres des faces de la maille sont vides. Calculer le rayon maximal d'un élément qui pourrait s'insérer dans ces sites sans déformation de la structure.
6. On observe expérimentalement que les cations M^+ , où M peut être H , Li , Na ou K , peuvent s'insérer dans le cristal et occupent tous le même type de site. En déduire de quel site il s'agit.

Données :

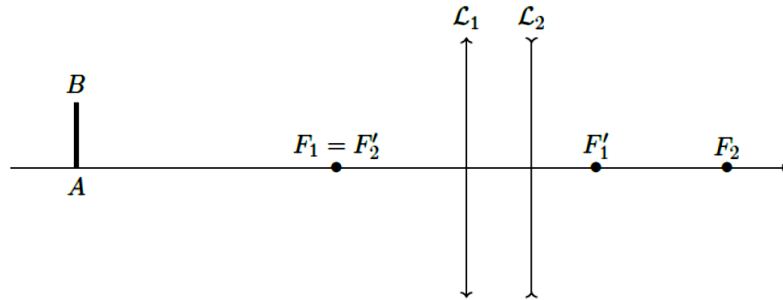
Espèce	H^+	Li^+	Na^+	K^+	O^{2-}	W^{p+}
Rayon ionique (pm)	10^{-5}	78,0	98,0	133	132	62,0

21.1.2 Scanner

La partie optique d'un scanner couleur est un système centré constitué de deux lentilles minces $\mathcal{L}_1$, convergente de distance focale image $f'_1 = 60 \text{ mm}$, et $\mathcal{L}_2$, divergente de distance focale image $f'_2 = -90 \text{ mm}$. Les lentilles $\mathcal{L}_1$ et $\mathcal{L}_2$ sont distantes de $e = 30 \text{ mm}$.

Le document-papier à scanner, représenté par un objet plan $[AB]$ perpendiculaire à l'axe optique, est situé à une distance $d = 180 \text{ mm}$ en amont de $\mathcal{L}_1$. La taille transversale de l'objet est de 8 cm . Le système doit fournir une image sur un capteur photosensible dont on souhaite déterminer la position.

Le schéma du système (avec une échelle non respectée) est fourni ci-dessous :



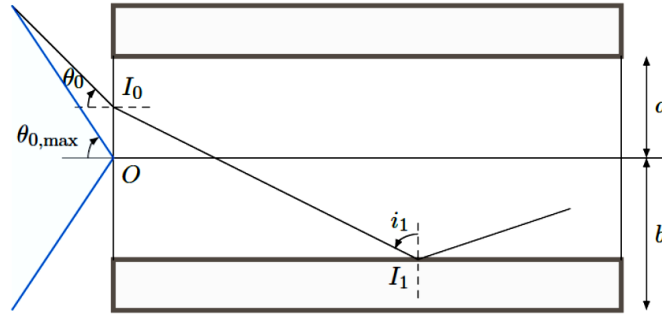
- Rappeler brièvement ce qu'est l'approximation de l'optique géométrique, ainsi que la définition d'un système centré.
- L'intérêt de l'utilisation de deux lentilles au lieu d'une est de limiter les aberrations chromatiques liées au phénomène de dispersion. Indiquer brièvement ce qu'est le phénomène de dispersion et préciser en quoi il nuit à la qualité des images.
- On note $[A'B']$ l'image de $[AB]$ par $\mathcal{L}_1$, et $[A''B'']$ l'image finale par le système.
 - Tracer très soigneusement l'image intermédiaire $[A'B']$ ainsi que l'image finale $[A''B'']$.
 - Relativement à $\mathcal{L}_1$, l'objet $[AB]$ est-il réel ou virtuel? Son image $[A'B']$ est-elle réelle ou virtuelle? Droite ou renversée?
 - Relativement à $\mathcal{L}_2$, l'objet $[A'B']$ est-il réel ou virtuel? Son image $[A''B'']$ est-elle réelle ou virtuelle? Droite ou renversée?
- Calculer numériquement les valeurs de $\overline{O_2A'}$ et $\overline{A'B'}$.
- En déduire à quelle distance en aval de $\mathcal{L}_2$ il faut positionner le plan du capteur du scanner, ainsi que la taille transversale de l'image finale.

Données :

On donne les relations de conjugaison $\frac{1}{\overline{O_1A'}} - \frac{1}{\overline{O_1A}} = \frac{1}{f'}$ et $\overline{FA} \overline{F'A'} = -f'^2$.

19.1.2 Fibre optique à saut d'indice

On considère une fibre optique assimilable à un cylindre de révolution d'axe Oz . Elle est constituée d'un cœur transparent homogène et isotrope, de rayon a , d'indice $n_1 = 1,456$, entouré d'une gaine, elle-même aussi transparente homogène et isotrope, de rayon extérieur b , d'indice $n_2 = 1,410 < n_1$.



1. Montrer qu'un rayon ayant pénétré la fibre ne peut s'y propager que si l'angle d'incidence noté i_1 est supérieur à un angle $i_{1,\min}$ que l'on déterminera en fonction de n_1 et n_2 .

La face d'entrée de la fibre est plane et normale à l'axe Ox . Soit θ l'angle que fait, dans l'air d'indice $n_0 = 1,000$, le rayon lumineux avec la normale à la face d'entrée.

2. Déterminer en fonction de n_1 , n_2 et n_0 , l'angle $\theta_{0,\max}$ correspondant à $i_{1,\min}$. Calculer alors $i_{1,\min}$ et $\theta_{0,\max}$.
3. On appelle ouverture numérique du guide, notée O.N., la quantité $\text{O.N.} = n_0 \sin \theta_{0,\max}$. Exprimer O.N. en fonction de n_1 et n_2 .

L'un des problèmes des fibres optiques est l'élargissement temporel d'une impulsion entrante qui se propage. On suppose que la lumière incidente qui véhicule le signal définit un cône de sommet O et de demi-angle $\theta_{0,\max}$.

4. Tracer la trajectoire du rayon qui traverse la fibre le plus rapidement, et celle du rayon le plus long.
5. Calculer la différence $d\tau_{\max}$ de ces temps de transit et les exprimer en fonction de la longueur $L = 1 \text{ km}$ de la fibre, des indices n_1 et n_2 , et de c la célérité de la lumière dans le vide. Calculer la valeur de $d\tau_{\max}$.
6. On suppose qu'une impulsion de durée initiale nulle se transforme en une impulsion de hauteur moindre mais de largeur $d\tau_{\max}$. Quelle est la durée minimale qui doit séparer deux impulsions entrantes consécutives pour qu'elles puissent être dissociées à la sortie?

24.1.3 Correction – Synthèse gazeuse du dibrome

1. On commence par faire un tableau d'avancement :

	$\text{COBr}_{2(g)}$	$= \text{CO}_{(g)}$	$+ \text{Br}_{2(g)}$	$n_{\text{tot}}^{\text{gaz}}$
E.I.	0,5	0,1	0,1	0,7
$\forall t$	$0,5 - \xi$	$0,1 + \xi$	$0,1 + \xi$	$0,7 + \xi$

Par définition d'une pression partielle, on a $p_i = n_i \frac{RT}{V}$. Ici les valeurs de R , T et V sont fixées et on en déduit :

$$p_{\text{CO}} = (0,1 + \xi) \frac{RT}{V} \quad p_{\text{Br}_2} = (0,1 + \xi) \frac{RT}{V} \quad p_{\text{COBr}_2} = (0,5 - \xi) \frac{RT}{V}$$

2. On calcule ensuite

$$Q(t=0) = \frac{0,1^2}{0,5} \frac{RT}{V p^\circ} \simeq 0,288 < K^\circ$$

et la réaction se fera dans le sens direct.

3. A l'équilibre $Q(\xi = \xi_{\text{eq}}) = K^\circ$, or $Q = \frac{(0,1+\xi)^2}{0,5-\xi} \frac{RT}{V p^\circ}$ d'où la relation demandée $\frac{(0,1+\xi)^2}{0,5-\xi} = \frac{K^\circ \times p^\circ \times V}{RT} \simeq 0,380$.

4. On a donc

$$x = \frac{0,28}{0,5} \simeq 56\%$$

5. On reporte les nouvelles valeurs dans un tableau d'avancement :

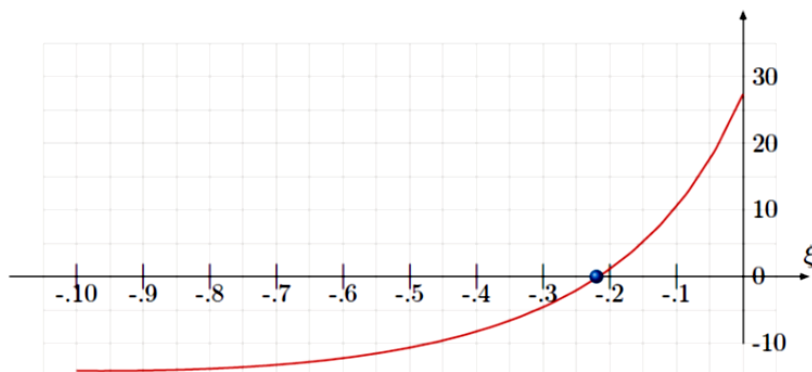
	$\text{COBr}_{2(g)}$	$= \text{CO}_{(g)}$	$+ \text{Br}_{2(g)}$	$n_{\text{tot}}^{\text{gaz}}$
E.I.	0,28	2+0,32	0,32	2,92
$\forall t$	$0,28 - \xi$	$2,32 + \xi$	$0,32 + \xi$	$2,92 + \xi$

Et on calcule de même que précédemment

$$Q(t=0) = \frac{2,32 \times 0,32}{0,28} \frac{RT}{V p^\circ} \simeq 38,1 > K^\circ$$

et la réaction se fera en sens indirect.

6. De même que précédemment, on cherche à résoudre l'équation : $\frac{(0,32+\xi)(2,32+\xi)}{0,28-\xi} \times \frac{RT}{V p^\circ} = K^\circ$ que l'on peut réécrire sous la forme $f(x) \simeq 14,38 \frac{(0,32+\xi)(2,32+\xi)}{0,28-\xi} \times -5,46$ pour se reporter à la courbe donnée qui s'annule lorsque l'égalité précédente est vérifiée.



On en déduit par lecture graphique :

$$\xi_f = -0,23 \text{ mol}$$

soit la composition finale :

$$n_{\text{COBr}_2} = 0,51 \text{ mol} \quad n_{\text{CO}} = 2,09 \text{ mol} \quad n_{\text{Br}_2} = 0,09 \text{ mol}$$

23.1.3 Correction – Trioxyde de Tungstène

1. Les règles de PAULI, KLECHKOWSKI, et HÜND permettent d'établir que :

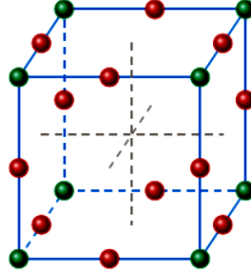
$$[\text{W}] : 1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 4s^2 3d^{10} 4p^6 5s^2 4d^{10} 5p^6 6s^2 4f^{14} 5d^4$$

Il se trouve donc dans la 6^e ligne et la 6^e colonne. C'est la famille des **métaux de transition**.

2. Ajouter un électron ou en retirer 4 permet de stabiliser la structure (sous-couche à demi remplie ou vide). On peut donc (entre autre) proposer

$$\text{W}^- \text{ ou } \text{W}^{4+}$$

3. La maille est la suivante :



La population en ions oxygène est donc $P_{\text{O}} = 12 \times \frac{1}{4} = 3$, et celle en ions tungstène est $P_{\text{W}} = 8 \times \frac{1}{8} = 1$. La neutralité de la maille impose $P_{\text{O}} \times (-2) + P_{\text{W}} \times p = 0$ d'où

$$p = +6$$

4. Le contact se fait donc sur une arête et on a $a = 2R_{\text{W}} + 2R_{\text{O}} = 388 \text{ pm}$. La compacité est alors :

$$C = \frac{\frac{4}{3}\pi R_{\text{W}}^3 + 3 \times \frac{4}{3}\pi R_{\text{O}}^3}{a^3} \simeq 0,51$$

5. Pour loger un élément au centre d'une face, il faut que ce rayon soit inférieur à

$$\min \left(\frac{a - 2R_{\text{O}}}{2}, \frac{a\sqrt{2} - 2R_{\text{W}}}{2} \right) = \min (62 \text{ pm}, 212 \text{ pm}) = 62 \text{ pm}$$

Pour loger un élément au centre du cube, il faut que ce rayon soit inférieur à

$$\min \left(\frac{a\sqrt{2} - 2R_{\text{O}}}{2}, \frac{a\sqrt{3} - 2R_{\text{W}}}{2} \right) = \min (142 \text{ pm}, 274 \text{ pm}) = 142 \text{ pm}$$

6. L'ion H^+ peut s'insérer dans n'importe quel site, mais les autres ne peuvent s'insérer qu'au centre de la maille.

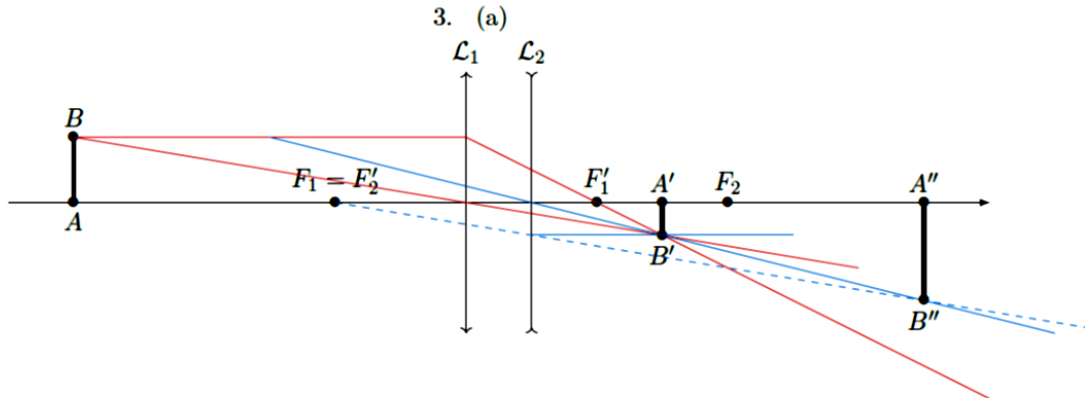
21.1.2 Correction – Scanner

1. L'approximation de l'optique géométrique, appliquée à un instrument donné, consiste à supposer que la taille caractéristique d de l'instrument (diamètre de la monture) est très supérieure à la (aux) longueur(s) d'onde λ de la lumière qui traverse l'instrument. Dans ce cas, on peut négliger la diffraction.

Un système centré est un système ayant un axe de symétrie de révolution (son axe optique).

2. Le phénomène de dispersion dans un milieu donné est lié au fait que l'indice de réfraction n du milieu dépend de la fréquence f de la lumière. C'est équivalent à dire que la vitesse de la lumière dans le milieu dépend de la fréquence.

La dispersion nuit à la qualité des images car même avec un instrument stigmatique (pour une longueur d'onde donnée), il y a formation d'une image différente pour chaque longueur d'onde émise par l'objet. On parle d'aberrations chromatiques.



- (b) Relativement à $\mathcal{L}_1$, l'objet $[AB]$ est réel et son image $[A'B']$ est réelle et renversée.
 - (c) Relativement à $\mathcal{L}_2$, l'objet $[A'B']$ est virtuelle et son image $[A''B'']$ est réelle et droite.
4. La relation de CHASLES donne : $\overline{O_2A'} = \overline{O_2O_1} + \overline{O_1A'} = \overline{O_1A'} - e$. Il faut donc déterminer $\overline{O_1A'}$ à partir de la relation de conjugaison : $\frac{1}{O_1A'} - \frac{1}{O_1A} = \frac{1}{f_1}$ dont on déduit : $\overline{O_1A'} = \frac{f_1 d}{d - f_1} \simeq 9 \text{ cm} > 0$.
On en déduit alors :

$$\overline{O_2A'} = \frac{f_1 d}{d - f_1} - e \simeq 60 \text{ mm} > 0$$

On peut alors calculer $\overline{A'B'}$ grâce à la relation du grandissement transversal : $\gamma_1 = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{O_1A'}}{\overline{O_1A}} = \frac{\frac{f_1 d}{d - f_1}}{-d} = \frac{f_1}{f_1 - d}$ dont on déduit :

$$\overline{A'B'} = \frac{f_1}{f_1 - d} \overline{AB} \simeq -4 \text{ cm}$$

5. L'image est formée en A'' que l'on peut calculer grâce à la relation de DESCARTES : $\frac{1}{O_2A''} - \frac{1}{O_2A'} = \frac{1}{f_2}$ dont on déduit :

$$\overline{O_2A''} = \frac{\overline{O_2A'} f_2}{\overline{O_2A'} + f_2} \simeq 18 \text{ cm}$$

Enfin, le grandissement transversal de la deuxième lentille est $\gamma_2 = \frac{\overline{A''B''}}{\overline{A'B'}} = \frac{\overline{O_2A''}}{\overline{O_2A'}} \simeq 3$ et on en déduit :

$$\overline{A''B''} = \gamma_2 \overline{A'B'} \simeq -12 \text{ cm} < 0$$

19.1.2 Correction - - Fibre optique à saut d'indice

1. Un rayon ne se propage durablement dans la fibre que si son intensité se conserve. Pour cela, il ne faut pas qu'une partie du faisceau lumineux entre dans la gaine. **Il faut donc une réflexion totale en I_1 .**

On exploite le fait que $n_2 < n_1$ et, avec la relation de SNELL-DESCARTES $n_1 \sin i_1 = n_2 \sin t_2$, la réflexion totale apparaît si :

$$i_1 > i_{1,\min} = \arcsin\left(\frac{n_2}{n_1}\right)$$

2. Au point d'incidence du rayon extérieur, noté I_0 , la seconde loi de SNELL-DESCARTES permet d'écrire : $n_0 \sin \theta_0 = n_1 \sin\left(\frac{\pi}{2} - i_1\right)$ d'où $n_0 \sin \theta_0 = n_1 \cos i_1$.

Par ailleurs, les relations trigonométriques permettent d'écrire : $\cos^2 i_1 + \sin^2 i_1 = 1$ et en se plaçant en $i_1 = i_{1,\min}$, il vient $1 = \cos^2 i_{1,\min} + \left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2$.

En remplaçant dans la relation précédente, il vient : $\sin \theta_{0,\max} = \frac{n_1}{n_0} \sqrt{1 - \left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2}$. On peut alors écrire

$$\theta_{0,\max} = \arcsin\left(\frac{1}{n_0} \sqrt{n_1^2 - n_2^2}\right)$$

Les applications numériques donnent :

$$i_{1,\min} = 1,319 \text{ rad} = 75,33^\circ \quad \theta_{0,\max} = 0,3716 \text{ rad} = 21,17^\circ$$

3. Par définition : $\text{O.N.} = n_0 \sin \theta_{0,\max} = \sqrt{n_1^2 - n_2^2}$. L'application numérique donne :

$$\text{O.N.} = 0,3631$$

4. Le rayon le plus rapide traverse la fibre en ligne droite. Le trajet de longueur L est parcouru à la vitesse $v = \frac{c}{n_1}$. On en déduit

$$\Delta t_{\min} = \frac{n_1 L}{c}$$

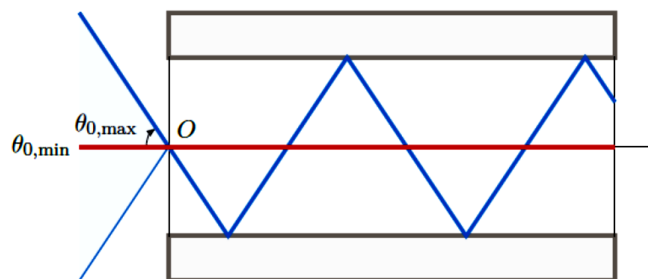
Le rayon le plus lent traversera la fibre avec un ensemble de N réflexions à l'angle $i_{1,\min}$.

La distance réellement parcourue par ce rayon est $L' = \frac{L}{\sin i_{1,\min}}$. La durée de ce trajet est donc

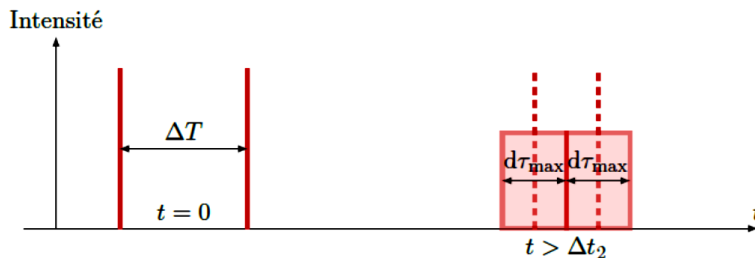
$$\Delta t_{\max} = \frac{n_1 L}{c \sin i_{1,\min}}$$

5. On en déduit $d\tau_{\max} = \Delta t_{\max} - \Delta t_{\min} = \frac{n_1 L}{c} \left(\frac{1}{\sin i_{1,\min}} - 1 \right)$, soit

$$d\tau_{\max} = \frac{n_1 L}{c} \left(\frac{n_1}{n_2} - 1 \right) \simeq 158,3 \text{ ns}$$



6. On trace l'évolution de deux distributions de DIRAC séparées de ΔT .



En sortie de fibre, les diverses incidences du DIRAC se sont étalées sur une durée de $d\tau_{\max}$ et elles ne resteront séparables que si elles ne se superposent pas. Il faut donc que $\Delta T > d\tau_{\max}$. On suppose qu'une impulsion de durée initiale nulle se transforme en une impulsion de hauteur moindre mais de largeur $d\tau_{\max}$.