

TD 1 : Modélisation, synthèse et performances en poursuite des systèmes asservis	1
TD 2 : Modélisation, synthèse et performances en poursuite et régulation des systèmes asservis	7
Exercices supplémentaires.....	11
Éléments de réponse	17

TD 1 : MODELISATION, SYNTHÈSE ET PERFORMANCES EN POURSUITE DES SYSTEMES ASSERVIS

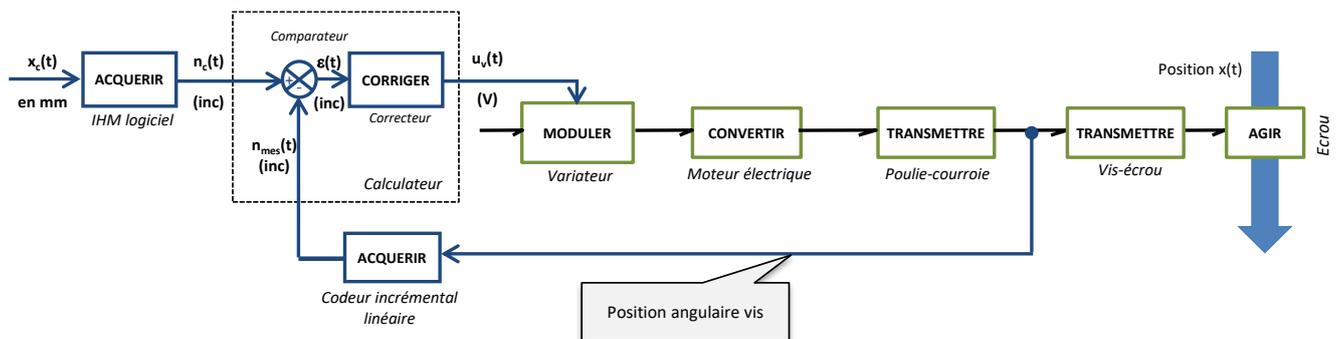
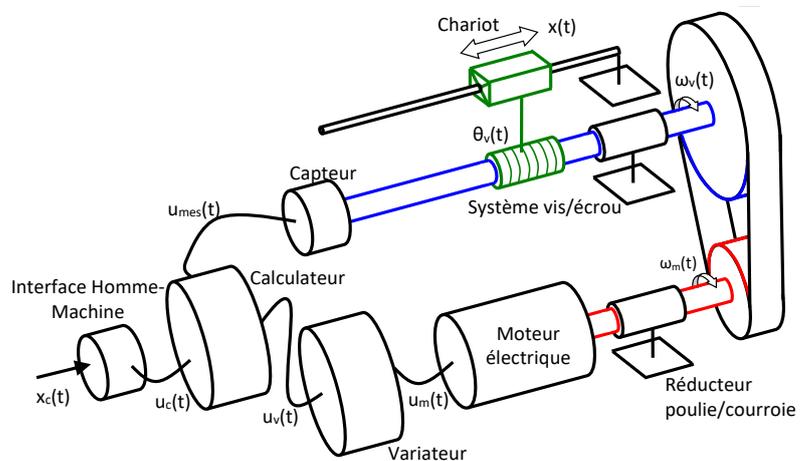
Exercice 1.1 : AXE ASSERVI DE MACHINE-OUTIL

L'étude porte sur un axe linéaire asservi que l'on peut retrouver sur des machines-outils à commande numérique.

La matière d'œuvre contrôlée par le système est la **position** $x(t)$ du chariot.

La chaîne de puissance est constituée d'un **transformateur**, d'un **variateur**, d'un **moteur électrique** 24V, d'un **réducteur poulie-courroie** et d'un **système vis écrou** qui permet de mettre en mouvement le chariot.

La structure fonctionnelle de l'asservissement est donnée ci-dessous.



Modélisation de la chaîne d'information :

La consigne de position est notée $x_c(t)$.

Un **codeur incrémental** mesure l'angle de rotation de la vis $\theta_v(t)$ et fournit au **calculateur** un nombre d'incrément, image de cette position angulaire, noté $n_{mes}(t)$. La résolution du codeur est de 400 incréments par tour. Le **gain** est noté K_{cap} (inc/rad).

L'interface Homme-Machine traduit la consigne en une valeur numérique entière $n_c(t)$ (inc).

L'image de l'erreur est noté $\varepsilon(t)$. Le **correcteur** est à action proportionnelle de **gain** K_c (V/inc).

L'unité de commande délivre une tension de commande $u_v(t)$ comprise entre -5 V et + 5V.

Modélisation de la chaîne d'énergie :

Le **variateur** est modélisé par un gain K_v (V/V). Pour une tension de commande de 5V, la tension d'alimentation $u_m(t)$ du moteur est de 24V.

Le **moteur électrique** est modélisé par un premier ordre de constante de temps τ_m et de gain statique K_m avec $\tau_m = 0,1$ s et $K_m = \frac{1500 (2\pi / 60)}{24}$ rad·s⁻¹ / V. La vitesse angulaire de l'axe du moteur est notée $\omega_m(t)$.

Le rapport de réduction du système **poulie-courroie** est noté r ($r=0,5$).

Le pas du transmetteur **vis-écrou** est noté pas et vaut 4 mm/tour. La vitesse angulaire de la vis est notée $\omega_v(t)$.

Q1 : À l'aide de la description ci-dessus, compléter le schéma-bloc en faisant apparaître les fonctions de transfert à l'intérieur des blocs et les grandeurs transmises d'un bloc à l'autre. Déterminer les valeurs numériques des gains.

Q2 : Déterminer la fonction de transfert de l'interface homme-machine ainsi que sa valeur numérique.

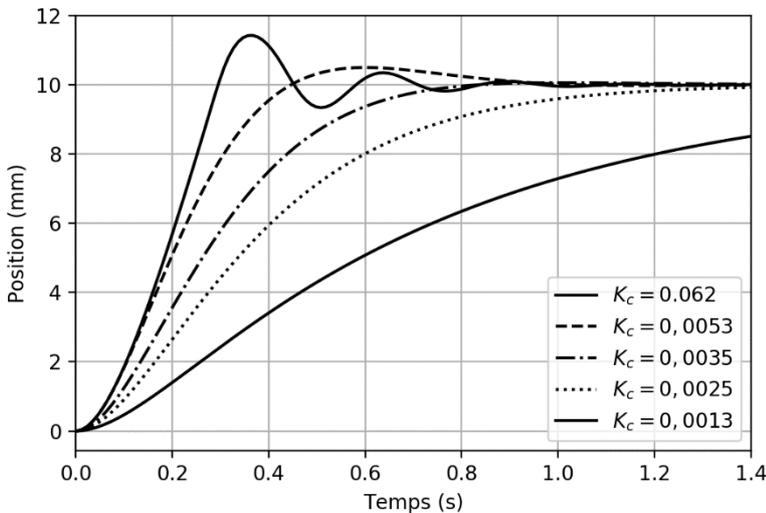
Q3 : Déterminer la fonction de transfert $H(p) = \frac{X(p)}{X_c(p)}$, son gain, son ordre et sa classe. Le modèle est-il stable ? Est-il précis pour une consigne en échelon ?

Q4 : Déterminer l'erreur de traînage pour une consigne $x_c(t) = V_0 t$ pour $t \geq 0$ s.

Q5 : Déterminer les paramètres caractéristiques du modèle.

Q6 : Déterminer une condition sur le gain du correcteur K_c pour que la réponse à un échelon soit sans dépassement.

Q7 : En déduire la valeur de K_c permettant d'obtenir une réponse à un échelon la plus rapide possible sans dépassement.



Par application numérique, on trouve $K_c = 0,0025$ V/inc.

La figure ci-contre donne des résultats de simulation pour différentes valeurs de K_c et pour un échelon de 10 mm.

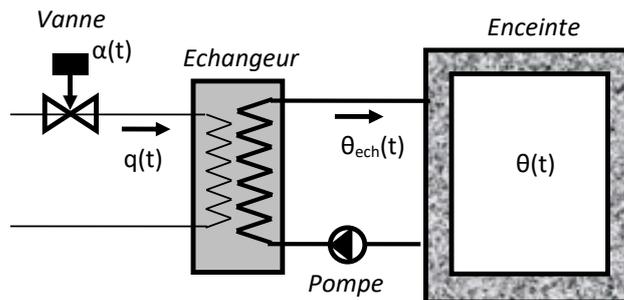
Q8 : Vérifier la cohérence des résultats avec l'étude réalisée. Proposer une solution permettant diminuer encore le temps de réponse.

Exercice 1.2 : ENCEINTE CHAUFFANTE

Le système représenté ci-contre est chargé de maintenir constante la température dans une enceinte. Le chauffage de l'air est assuré par un échangeur thermique.

Une pompe de débit constant impose une circulation d'air entre l'échangeur et l'enceinte.

L'air de l'enceinte, de **température** $\theta(t)$, est chauffée par l'échangeur et ressort de celui-ci à une **température** $\theta_{ech}(t)$ avant d'être re-mélangée avec l'air présente dans l'enceinte.



L'énergie thermique est apportée à l'échangeur par un fluide à température élevée avec un **débit** $q(t)$ (en m^3/s) contrôlé par une vanne **d'angle d'ouverture** $\alpha(t)$.

On donne les modèles de connaissance suivants :

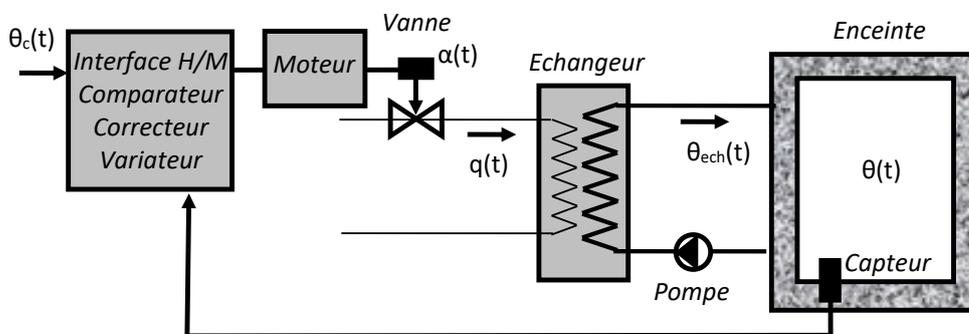
- $q(t) = K_{van} \alpha(t)$ (loi de fonctionnement de la vanne)
- $\theta_{ech}(t) + \tau_{ech} \frac{d\theta_{ech}(t)}{dt} = K_{ech} q(t)$ (loi de transfert de chaleur dans l'échangeur)
- $\theta(t) + \tau_{enc} \frac{d\theta(t)}{dt} = K_{enc} \theta_{ech}(t)$ (loi de transfert de chaleur dans l'enceinte).

On suppose que toutes les conditions initiales sont nulles. L'entrée du système est l'angle d'ouverture de la vanne $\alpha(t)$ en radians et la sortie, la température de l'enceinte $\theta(t)$ en degrés. $q(t)$ est en m^3/s et $\theta_{ech}(t)$ en degrés.

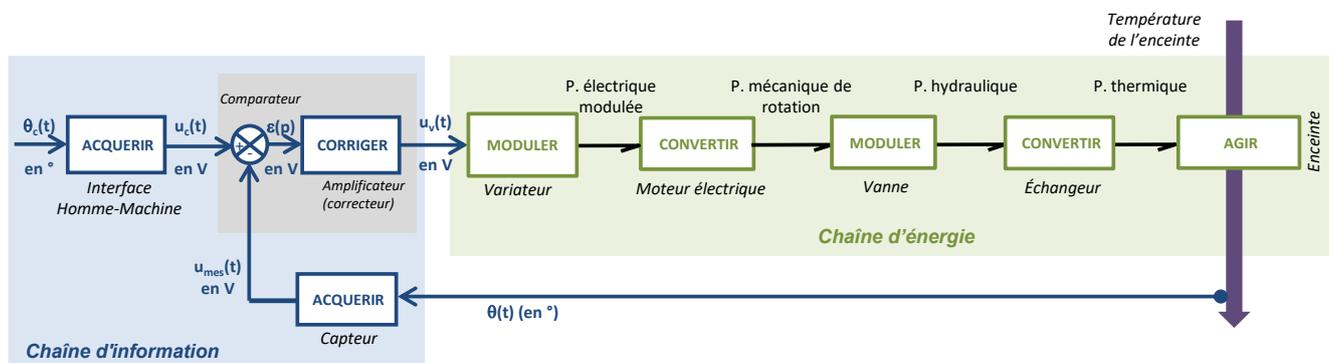
Q1 : Déterminer les fonctions de transfert de la vanne, de l'échangeur et de l'enceinte.

Q2 : Compléter le schéma-bloc avec les fonctions de transferts de la question précédente.

Afin de réguler la température de l'enceinte, on choisit d'asservir cette température en motorisant la vanne.



La structure fonctionnelle de l'asservissement est définie ci-dessous.



Un capteur de gain K_{cap} (V/°), installé dans l'enceinte, mesure la température $\theta(t)$ en ° et la traduit en une tension $u_{mes}(t)$ en V.

La tension $u_{mes}(t)$ (V) est comparée à la tension $u_c(t)$ (V), image de la consigne issue d'une interface homme-machine.

L'image de l'erreur $\varepsilon(t) = u_c(t) - u_{mes}(t)$ est corrigée et traduite en une tension de commande $u_v(t)$ (V) du variateur.

La fonction de transfert du correcteur est $\frac{U_v(p)}{\varepsilon(p)} = 1 + \tau_{enc} p$. On remarque que la constante de temps τ_{enc} est la même que celle de l'enceinte.

Le variateur de gain K_v (V/V) fournit la tension d'alimentation du moteur $u_m(t)$ (V).

Le moteur, de vitesse de rotation $\omega_m(t)$ (rad/s) agit sur l'angle d'ouverture de la vanne. La fonction de transfert $\frac{\Omega_m(p)}{U_m(p)}$ du moteur est assimilé à un premier ordre de gain K_m et de constante de temps τ_m .

Q3 : Compléter le schéma-bloc en précisant les fonctions de transfert à l'intérieur des blocs, ainsi que les grandeurs d'entrée sortie de chaque bloc.

Q4 : Déterminer la fonction de transfert de l'IHM.

Q5 : Déterminer la fonction de transfert globale du système (ne pas oublier les étapes de simplification).

Q6 : Déterminer une condition de stabilité.

On suppose que le modèle est stable.

Q7 : Déterminer l'erreur statique.

Q8 : Déterminer l'erreur de trainage.

Exercice 1.3 : CABLECAM

Le système Cablecam (figure 1) est un dispositif de vidéosurveillance comprenant une caméra mobile et orientable.

Il est constitué d'un chariot, comprenant la caméra, mobile sur quatre roues et posé sur deux câbles porteurs d'une longueur de 100 m. Ces câbles servent également à alimenter la caméra et les moteurs d'orientations. Un câble tracteur dont les deux extrémités sont attachées au chariot est actionné par un moteur à courant continu fixé au bâti. Deux contrepoids via un moufle (système à poulies) maintiennent les câbles porteurs en tension.



L'étude du comportement du système nécessite de prendre en compte la dynamique des câbles. Dans un premier temps, nous limiterons l'étude au critère de positionnement :

Critère	Niveau	Flexibilité
Incertitude de positionnement du chariot	+5 cm	1 cm

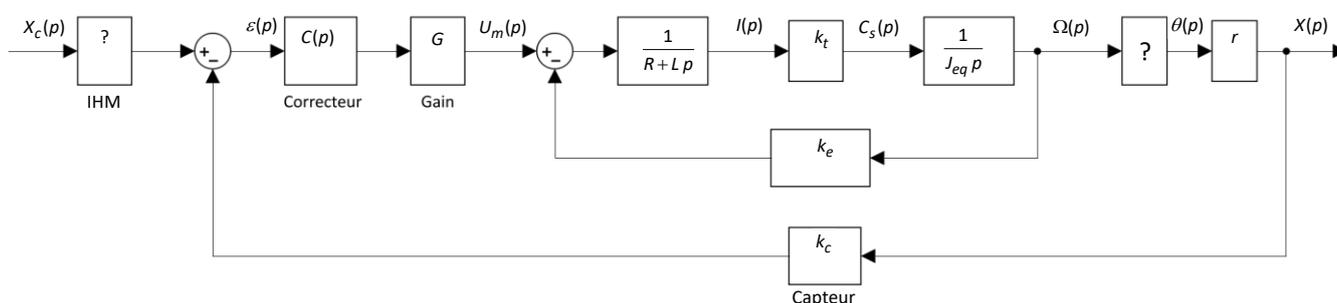
Le système est asservi en position. La chaîne d'énergie comprend :

- un **variateur** de gain G (V/V);
- un **moteur électrique** à courant continu modélisé sans frottement visqueux et sans perturbation ;
- un **système galet/câble** sans glissement. Les galets ont un rayon noté r .

La chaîne d'information comprend :

- une **IHM** ;
- un **correcteur** de fonction de transfert notée $C(p)$;
- un **capteur** de gain k_c (V/m).

Le schéma-bloc est donnée ci-après.



Correction par action proportionnelle

Le correcteur est modélisé par un gain pur K .

Q1 : Déterminer la fonction de transfert de l'IHM.

Q2 : Déterminer la fonction de transfert $\frac{\theta(p)}{\Omega(p)}$.

Q3 : Déterminer la fonction de transfert du système.

Le système comprend plusieurs boucles. Il faut procéder boucle par boucle, en débutant par la boucle intérieure. Il ne faut développer et mettre sous forme canonique qu'une fois la fonction complète obtenue sous la forme d'une fraction de 2 polynômes de degrés positifs ou nuls.

Q4 : Quelle est l'erreur statique relative ?

Q5 : Quelle influence va avoir le gain du correcteur ?

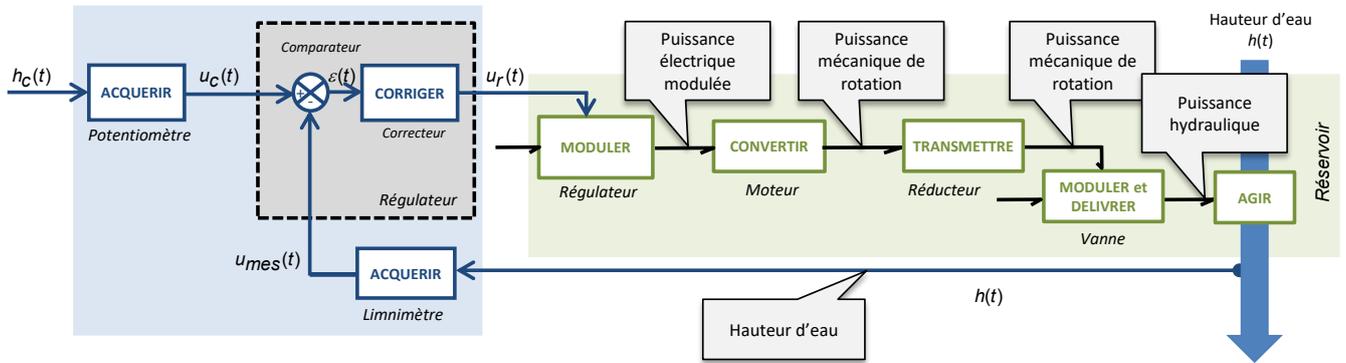
Q6 : Déterminer la condition à respecter par le gain K du correcteur pour que le système soit stable.

Q7 : Déterminer l'erreur de traînage pour une vitesse constante v_0 .

TD 2 : MODELISATION, SYNTHÈSE ET PERFORMANCES EN POURSUITE ET REGULATION DES SYSTEMES ASSERVIS

Exercice 2.1 : SYSTEME RAMSES

Le système RAMSES est un système anti-inondations performant. Il comprend un bassin enterré d'une contenance de 10 000 m³ dont le niveau d'eau est asservi suivant la structure fonctionnelle ci-dessous :



Le gain du potentiomètre est noté a .

Le correcteur intégré est un dérivateur de gain A :

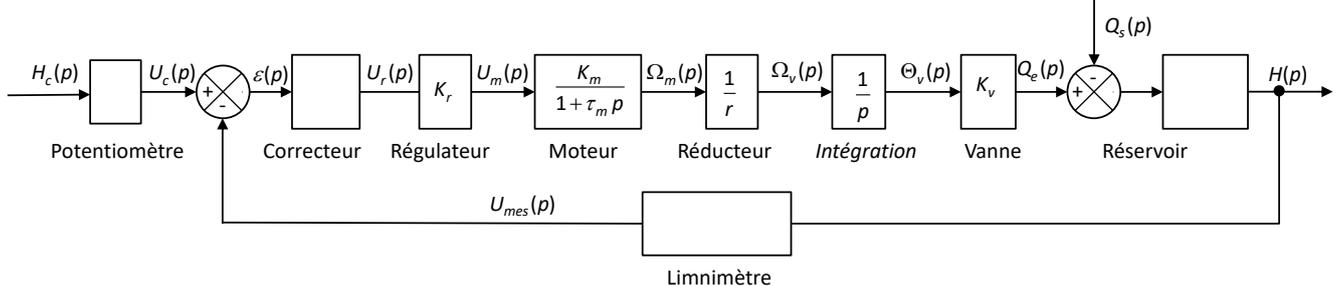
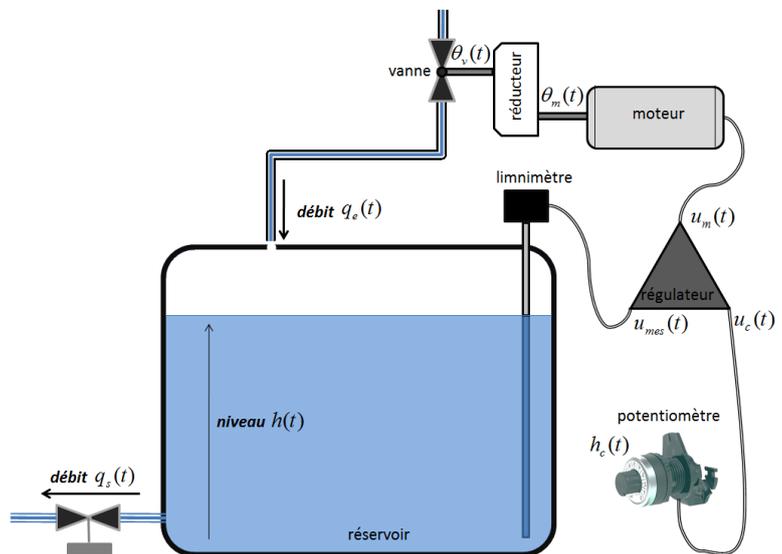
$$u_r(t) = A \frac{d\varepsilon(t)}{dt}$$

Le débit entrant dans le réservoir est noté $q_e(t)$

et le débit sortant du réservoir est noté $q_s(t)$.

Le modèle de connaissance du réservoir est :

$$q_e(t) - q_s(t) = S \frac{dh(t)}{dt}$$



Q1 : Compléter le schéma-bloc (potentiomètre, limnimètre, correcteur et réservoir).

Q2 : Déterminer la fonction de transfert $F_1(p) = \frac{H(p)}{H_c(p)} \Big|_{Q_s(p)=0}$. Le modèle est-il précis en poursuite ?

Q3 : Déterminer la fonction de transfert $F_2(p) = \frac{H(p)}{Q_s(p)} \Big|_{H_c(p)=0}$. Le modèle est-il sensible aux perturbations de débit sortant ? Si oui, déterminer l'erreur de régulation pour une entrée en échelon.

Q4 : En déduire l'expression de $H(p)$ en fonction de $F_1(p)$, $F_2(p)$, $H_c(p)$ et $Q_s(p)$.

Le système est soumis à une consigne d'entrée en échelon d'amplitude h_0 . Simultanément, le débit de sortie suit une loi en échelon d'amplitude q_0 .

Q5 : Lorsque la hauteur d'eau dans le réservoir est stabilisée, quelle est sa valeur en fonction des paramètres du système, de h_0 et de q_0 ? Conclure.

Exercice 2.2 : SUSPENSION DE CAMION

La suspension pneumatique d'un camion porteur 6x2 de Renault est assurée par des coussins d'air et des amortisseurs. En contrôlant le débit $q(t)$ entrant dans les coussins d'air, de section S , le système peut aussi ajuster la position et la hauteur du châssis.

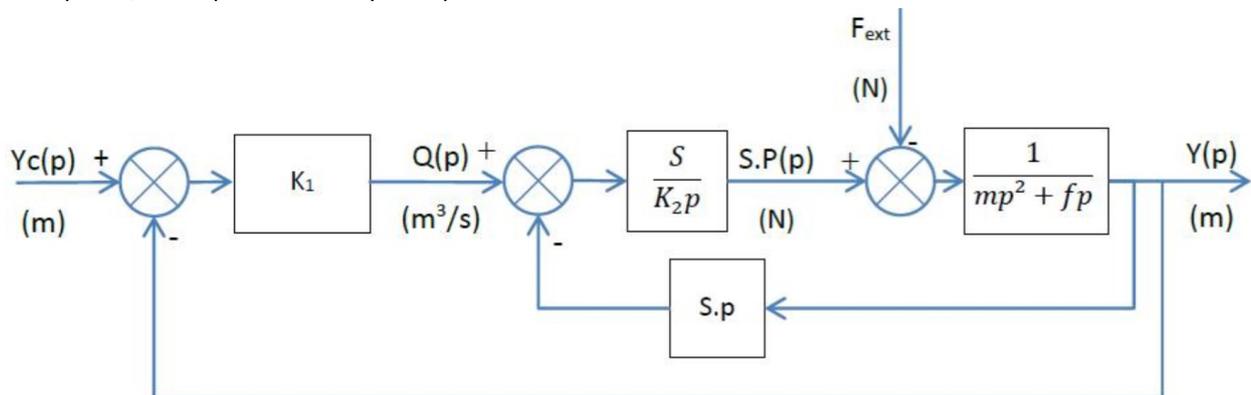
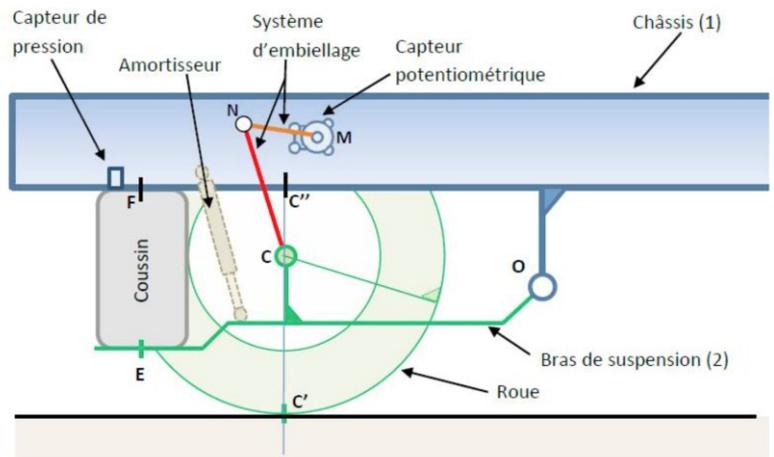
L'asservissement étudié est celui de la position verticale du châssis, notée $y(t)$.

La consigne est notée $y_c(t)$. Le comportement du correcteur proportionnel et du distributeur pneumatique est globalisé en un gain K_1 .

K_2 est caractéristique de la raideur du coussin. m est la masse du châssis et f un coefficient de frottement visqueux (effort résistant supposé proportionnel à la vitesse).

F_{ext} est une action s'exerçant sur le châssis, le chargement par exemple.

Le schéma-bloc représente l'asservissement, l'équation de comportement du coussin pneumatique avec prise en compte de sa souplesse, et l'équation de la dynamique.



Q1 : Déterminer la fonction de transfert $H(p) = \frac{Y(p)}{Y_c(p)} \Big|_{F_{ext}=0}$.

Q2 : En déduire une condition sur K_1 assurant la stabilité et déterminer l'erreur statique.

Q3 : Déterminer la fonction de transfert $F(p) = \frac{Y(p)}{F_{ext}(p)} \Big|_{Y_c=0}$.

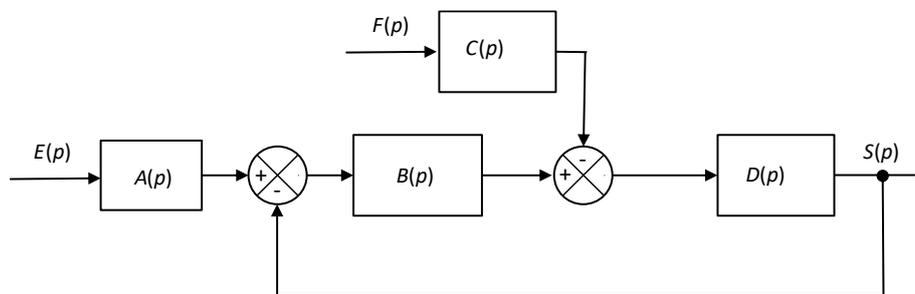
Q4 : Déterminer l'erreur de régulation pour une perturbation en échelon correspondant à une surcharge F_0 . Le modèle est-il sensible à la perturbation ?

Exercice 2.3 : SYNTHÈSE DE SCHEMA-BLOCS

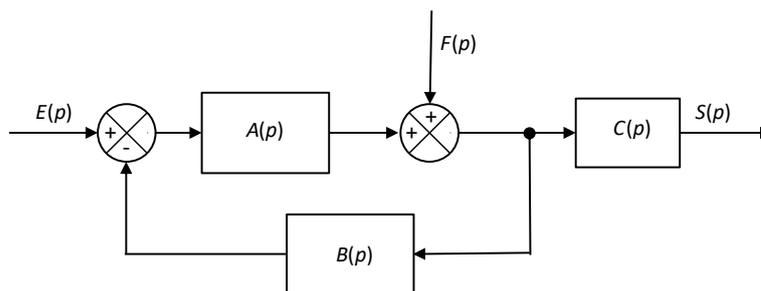
Les schémas suivants sont des structures courantes, comprenant une entrée $e(t)$ et une perturbation $f(t)$.

Q1 : Pour chaque schéma, déterminer la réponse $S(p)$ en fonction de $E(p)$ et $F(p)$.

Exemple 1 : à retour unitaire



Exemple 2



Exercice 2.4 : MOTEUR A COURANT CONTINU

Le système étudié ici n'est pas asservi. Mais son schéma-bloc est très classique. Vous devrez être capable de le retrouver à partir des équations du modèle de connaissance et de le simplifier rapidement.

Considérons un moteur à courant continu ayant pour modèle de connaissance les équations suivantes :

- loi d'Ohm dans le circuit d'induit : $u_m(t) = e(t) + Ri(t) + L \frac{di(t)}{dt}$ (1)
- équations de l'électromagnétisme dans le moteur : $e(t) = K_e \omega(t)$ (2)
 $c_m(t) = K_c i(t)$ (3)
- équation de la dynamique de l'arbre moteur : $c_m(t) - c_r(t) - f \omega(t) = J \frac{d\omega(t)}{dt}$ (4)



avec :

$u_m(t)$ la tension d'alimentation	(V)	$c_m(t)$ le couple exercé par le moteur	(N.m)
$i(t)$ le courant consommé	(A)	$c_r(t)$ le couple résistant sur l'axe moteur	(N.m)
$e(t)$ la tension contre-électromotrice	(V)	$\omega(t)$ la vitesse de rotation de l'arbre moteur	(rad/s)

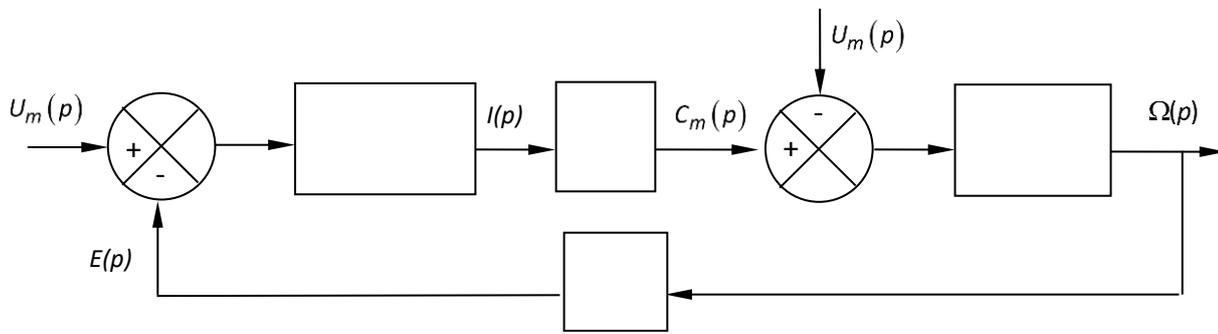
et les paramètres invariants :

R la résistance de l'induit	(Ω)	f le paramètre de frottement "fluide" total	(N.m/(rad/s))
L l'inductance de l'induit	(H)	J le moment d'inertie totale / l'axe moteur	(kg.m ²)
K_e le coefficient de f _{cem}	(V/(rad/s))	K_c la constante de couple	(N.m/A)

Les valeurs numériques des paramètres sont :

$R=2,5 \Omega$	$K_e=11,5 \cdot 10^{-3} \times 60 / (2\pi) = 0,11 \text{ V/rad/s}$	$J=5 \cdot 10^{-5} \text{ kgm}^2$
$L=7,5 \cdot 10^{-3} \text{ H}$	$K_c=0,11$	$f=0,01 \text{ Nm/(rd/s)}$

Q1 : Les conditions initiales étant nulles, compléter le schéma-bloc ci-dessous dans le domaine de Laplace.



Q2 : Ce schéma comporte une boucle et des soustracteurs. Est-ce un système asservi ?

Q3 : Exprimer de façon littérale la fonction de transfert $\frac{\Omega(p)}{U_m(p)} \Big|_{C_r(p)=0}$ (sans couple résistant).

Q4 : Exprimer de façon littérale la fonction de transfert $\frac{\Omega(p)}{C_r(p)} \Big|_{U_m(p)=0}$.

Q5 : En précisant le théorème utilisé, en déduire l'expression de $\Omega(p)$ en fonction de $U_m(p)$ et $C_r(p)$.

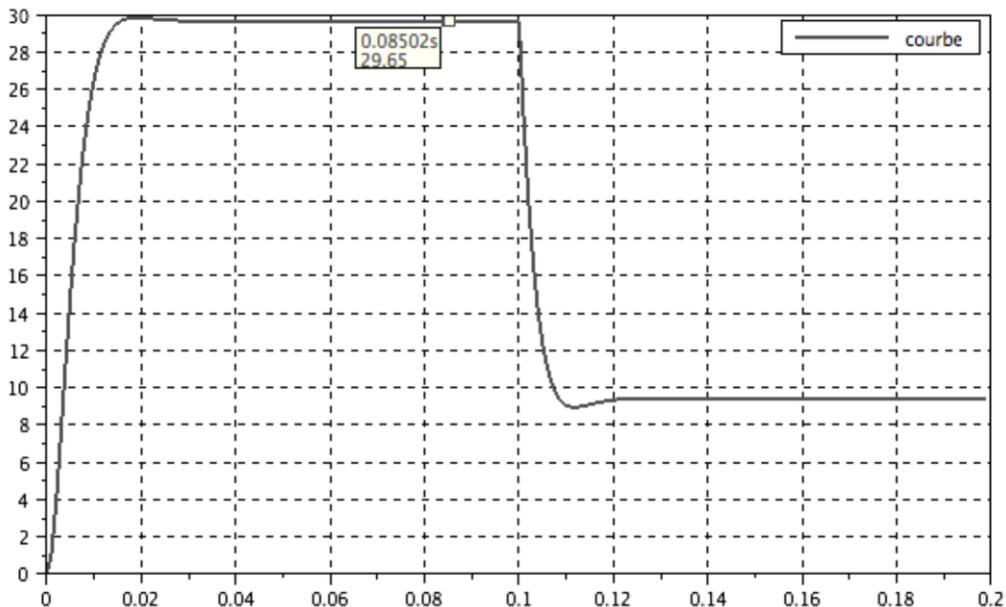
Q6 : Donner l'expression de $\omega(+\infty)$ pour $u_m(t)$ un échelon de tension d'amplitude U_{m0} et $c_r(t)$ un échelon d'amplitude C_{r0} .

Q7 : Vérifier que $K_c U_{m0}$ et $R C_{r0}$ sont de même dimension, ainsi que $R f$ et $K_e K_c$.

Q8 : Faire l'application numérique pour les 2 valeurs de C_{r0} (0 et 0,3 N.m) et pour $U_{m0}=0$ et 10V.

On décide de comparer ces résultats à ceux obtenus par simulation numérique (voir graphe ci-dessous). $u_m(t)$ est un échelon de 10V et $c_r(t)$ un échelon de 0,3Nm retardé de 0,1s.

Q9 : Les résultats sont-ils cohérent avec la courbe ci-après obtenue par simulation numérique ?



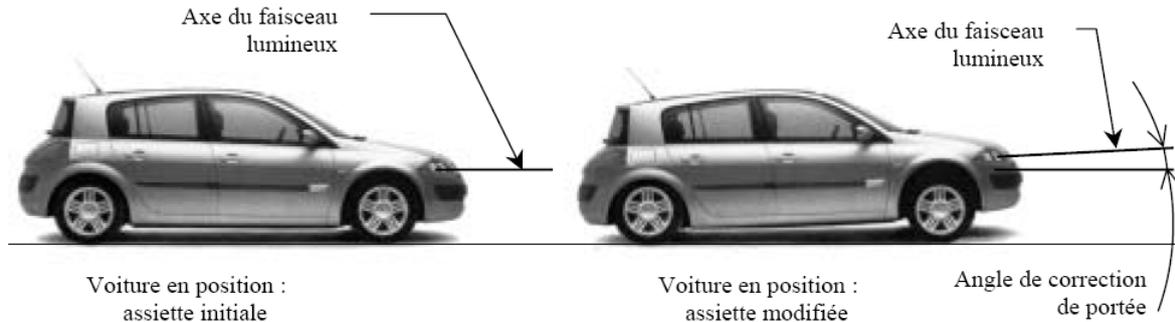
Q10 : Conclure sur les performances de stabilité, rapidité et de précision.

EXERCICES SUPPLEMENTAIRES

PROBLEME 1 : SYSTEME DE CORRECTION DE PORTEE D'UN PHARE AUTOMOBILE

Présentation

L'assiette d'un véhicule se modifie avec sa charge, le profil de la route ou les conditions de conduite (phase de freinage ou d'accélération). Cette modification entraîne une variation d'inclinaison de l'axe du faisceau lumineux produit par les phares du véhicule. Ceux-ci peuvent alors éblouir d'autres conducteurs ou mal éclairer la chaussée.



Certaines voitures sont équipées de système de correction de portée automatique.

La position du projecteur est ajustée automatiquement en maintenant un angle de faisceau optimal (évitant tout éblouissement et fournissant le meilleur éclairage de la route).

Structure de la chaîne d'action du système

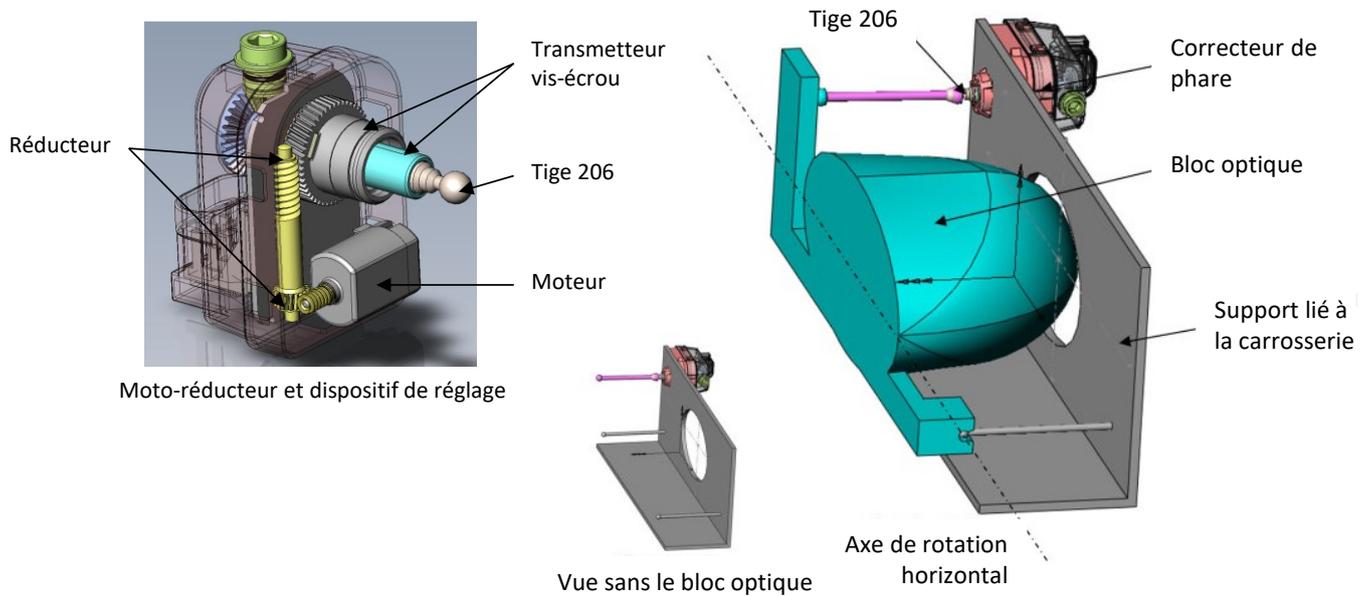
La chaîne d'action complète comprend (voir représentation 3D page suivante) les composants suivants :

- **des capteurs d'assiette** (l'assiette est l'inclinaison entre l'axe de la voiture et la route) fixés sur les essieux avant et arrière du véhicule qui mesurent le débattement des suspensions pour en déduire l'angle d'assiette $\beta(t)$. Ces capteurs sont associés à un **calculateur** qui détermine la tension de consigne $u_v(t)$ en V à transmettre au variateur. L'ensemble **capteurs d'assiette + calculateur** est assimilable à un système proportionnel de gain pur K_c .
L'angle $\beta(t)$ est assimilé à une **consigne** ;
- un **variateur** définit la tension d'alimentation $u_m(t)$ en V du moteur ; gain pur avec $K_v = 0,5$;
- un **moteur à courant continu** assure la motorisation du mouvement de rotation du bloc d'orientation par rapport à la carrosserie. Sa fonction de transfert est notée $M(p)$;
- un **réducteur de vitesse** dont le rapport de transmission est $r = 490$;
- un **système vis-écrou** (pas = 6 mm) transforme la rotation de l'axe du réducteur, d'angle $\theta_r(t)$ en rad, en translation de l'axe de sortie de position $x(t)$ en mm ;
- un **bloc optique** supporte les différentes lampes du phare (codes, clignotants...). Il peut pivoter par rapport au support lié à la carrosserie autour d'un axe de rotation horizontal (voir figure page suivante). L'angle de correction de portée $\theta(t)$ étant petit, on peut linéariser la loi entrée-sortie sur le domaine d'utilisation ; l'angle $\theta(t)$ est alors proportionnel au déplacement $x(t)$ de la vis suivant la loi suivante :

$$\theta(t) = K_{bloc} x(t)$$

$\theta(t)$ varie entre -6° et $+6^\circ$ pour $x(t)$ variant de -10mm et $+10\text{mm}$.

Objectif : Vérifier la capacité du système à corriger la portée de manière dynamique, c'est à dire en tenant compte des variations d'assiette dues au profil de la route.

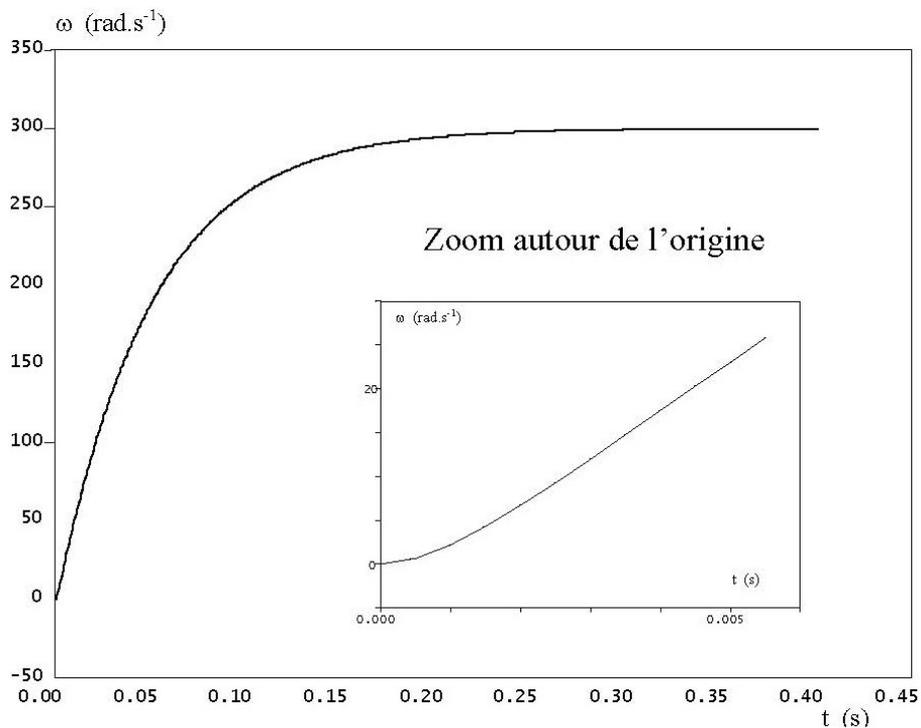


On suppose que toutes les conditions initiales sont nulles, et les constantes sont positives.

Q1 : Déterminer la structure du schéma-bloc modélisant cette chaîne d'action. L'entrée est $\beta(t)$, la réponse $\theta(t)$. Identifier les différents composants (nom sous les blocs) et préciser leur fonction de transfert à l'intérieur des blocs, ainsi que les grandeurs avec leur unité transmises d'un bloc à l'autre.

Q2 : Déterminer la valeur de K_{bloc} en rad/mm.

Pour déterminer la **fonction de transfert $M(p)$ du moteur**, on dispose de sa **réponse indicielle** (c'est une entrée de type échelon **unitaire**, c'est-à-dire un échelon d'amplitude 1) obtenue expérimentalement :



Q3 : En déduire le type de modèle auquel le moteur peut être identifié. Proposer une hypothèse permettant de modéliser le système par un modèle du 1^{er} ordre.

Q4 : Identifier $M(p)$ à un 1^{er} ordre en déterminant ses paramètres caractéristiques sur la courbe.

Q5 : En déduire sous forme canonique la fonction de transfert globale modélisant cette chaîne d'action en fonction de K_c .

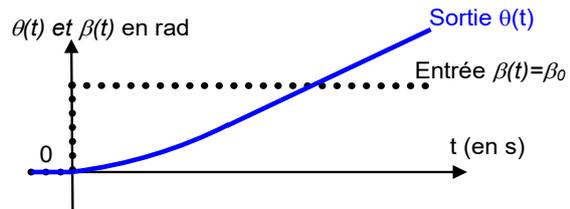
Comportement du système lorsqu'il n'est pas asservi

On s'intéresse à la chaîne d'action seule du système de correction de portée de phare, telle qu'elle a été définie dans la partie précédente. Cela revient à simuler le comportement du système **sans asservissement en position angulaire**. On parle alors d'un système en boucle ouverte.

La fonction de transfert de la chaîne d'action est approchée par $\frac{\Theta(p)}{\beta(p)} = \frac{0,003 K_c}{p(1+0,05p)}$

Q6 : Indiquer si cette fonction de transfert peut être mise sous une forme canonique « classique » d'un système du 2^{ème} ordre (définie par K , z et ω_0). En déduire s'il est possible de tracer simplement la réponse du système à une entrée de type échelon.

On se place dans le cas où le véhicule est brusquement chargé à l'arrière : l'évolution de $\beta(t)$ est un échelon d'amplitude β_0 . La réponse du système est alors donnée ci-contre.

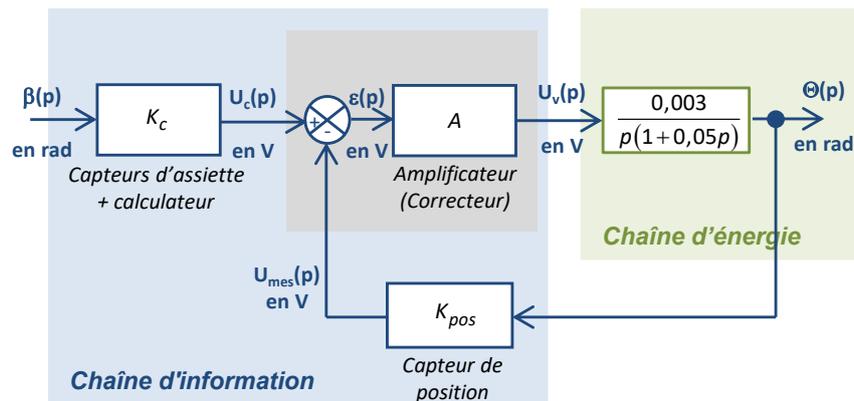


Q7 : Conclure sur la performance de précision en poursuite de ce système.

Comportement du système lorsqu'il est asservi

Le système est asservi en position angulaire à l'aide :

- d'un capteur de position, de gain K_{pos} , qui mesure l'angle $\theta(t)$;
- d'un amplificateur de gain pur A .



Q8 : Déterminer la fonction de transfert du capteur de position afin que l'image de l'erreur soit proportionnelle à l'erreur.

Q9 : Déterminer la nouvelle fonction de transfert $\frac{\Theta(p)}{\beta(p)}$ ainsi que ses paramètres caractéristiques s'il s'agit d'un 1^{er} ou 2^{ème} ordre.

Q10 : Évaluer la performance de précision en poursuite pour une entrée en échelon.

Q11 : Déterminer la valeur de AK_c permettant d'obtenir le système le plus rapide. En déduire le temps de réponse à 5 % dans ce cas.

PROBLEME 2 : SERVOCOMMANDE D'AVION

(Inspiré de CCP MP 2009)

Pour piloter un avion, il est nécessaire de pouvoir contrôler en permanence ses évolutions dans l'espace suivant trois directions ou axes :

- l'axe de lacet (vertical) ;
- l'axe de roulis (horizontal et dans la direction de la marche) ;
- l'axe de tangage (horizontal et perpendiculaire à la marche).

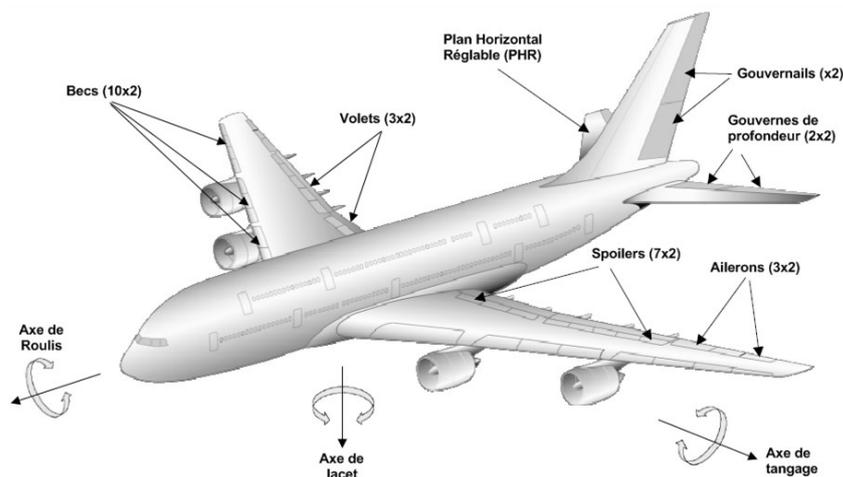


Pour cela, le pilote agit sur les commandes de vol de l'avion. En pratique, on distingue deux types de commandes :

1. les commandes de vol primaires utilisées pendant tout le vol et qui permettent de contrôler l'évolution de l'avion autour de ses axes de référence :
 - le gouvernail pour le lacet,
 - les ailerons et les spoilers pour le roulis,
 - les gouvernes de profondeur et le plan horizontal réglable (PHR) pour le tangage.
2. les commandes de vol secondaires utilisées pendant les phases d'atterrissage et de décollage qui permettent de modifier la configuration aérodynamique de l'avion :
 - les hypersustentateurs (volets et becs) pour la portance,
 - les spoilers (ou aérofreins) pour la traînée.

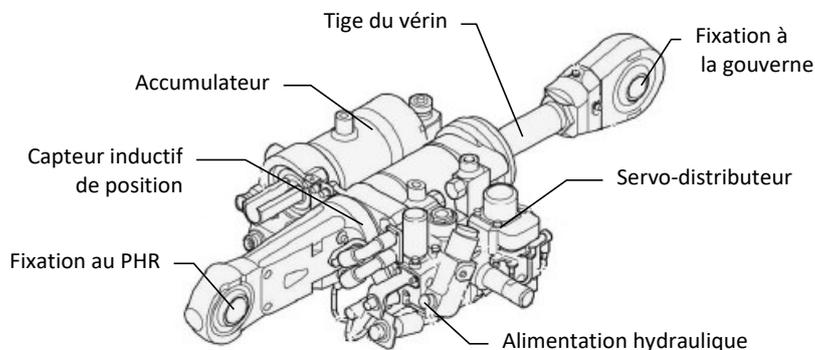
L'Airbus A 380 est équipé de quatre gouvernes de profondeur disposées symétriquement sur le plan horizontal réglable (PHR) de l'avion. Chaque gouverne de profondeur est reliée au PHR par des charnières et est mis en rotation par une servocommande, reliée au circuit hydraulique de l'avion.

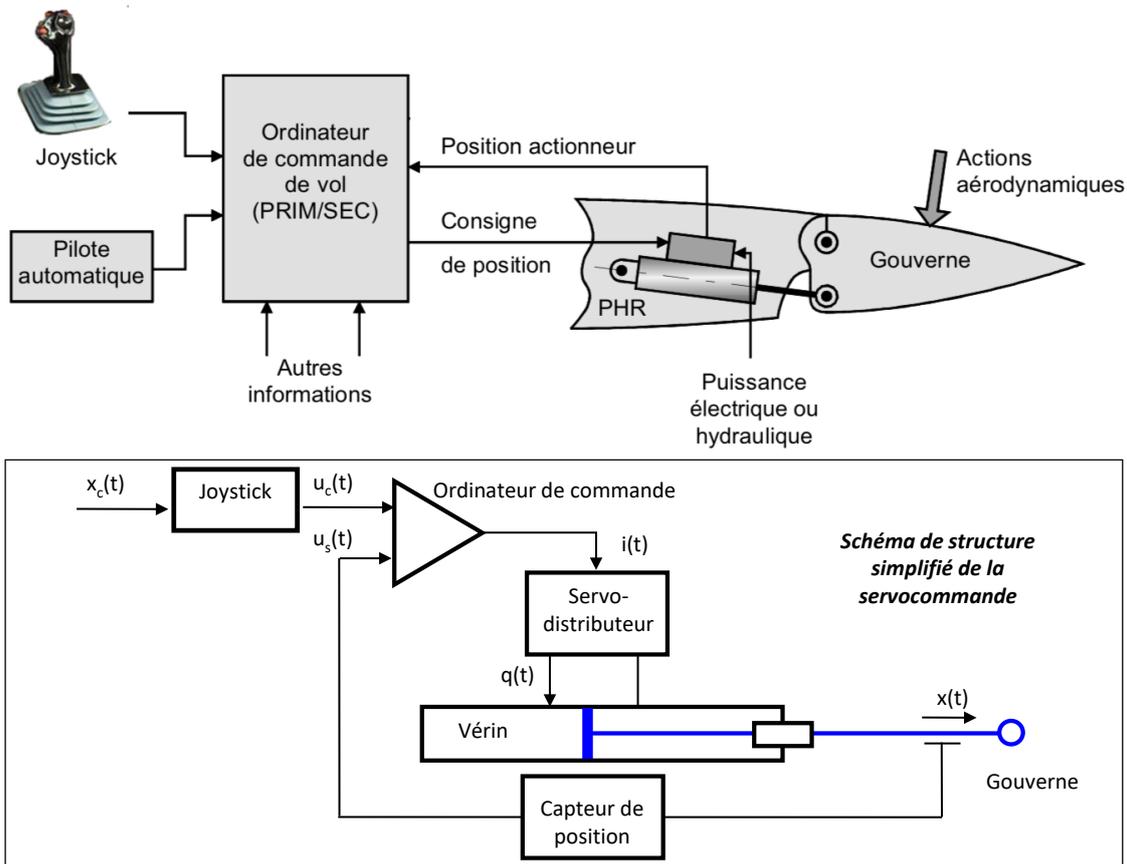
Ces servocommandes sont identiques pour les quatre gouvernes de profondeur.



Fonctionnement de la servocommande :

Les consignes émises par le pilote à l'aide du joystick ou par le pilote automatique sont transmises aux ordinateurs de commande de vol. Ces derniers déterminent, en fonction de lois de pilotage prenant en compte un certain nombre de paramètres (altitude, vitesse, etc.), les mouvements des gouvernes limitant éventuellement les évolutions de l'avion à son enveloppe de vol, c'est-à-dire aux régimes et attitudes sûrs.





Les différentes équations du modèle de connaissance sont les suivantes :

- **ordinateur de commande** (amplificateur différentiel) : $u_c(t) = \frac{i(t)}{K_d} + u_s(t)$;
- **servo-distributeur** (pré-actionneur), composant conçu pour fournir un débit hydraulique $q(t)$ proportionnel au courant de commande $i(t)$ (propriété valable uniquement en régime permanent). Le constructeur fournit sa fonction de transfert :

$$\frac{Q(p)}{I(p)} = \frac{K_d}{1 + Tp}$$
où K_d est le gain du servo-distributeur et T sa constante de temps ;
- **Vérin** : voir étude page suivante ;
- **Capteur de position** : $u_s(t) = K_c x(t)$.

Modèle de connaissance du vérin

Le modèle de connaissance du vérin est complexe et comporte 3 équations :

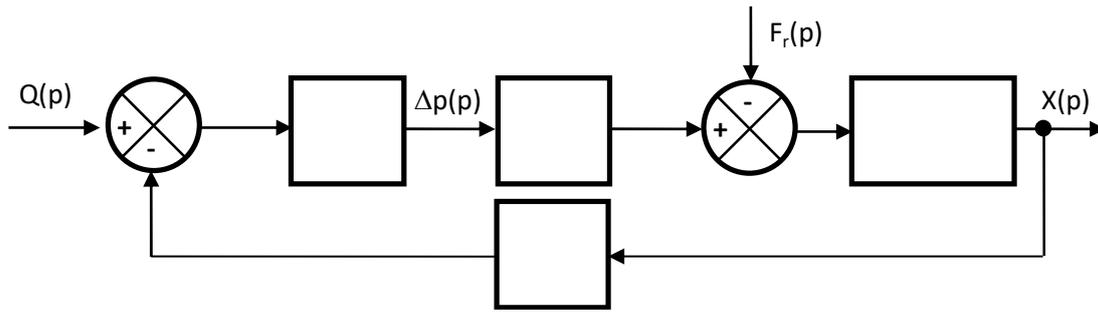
1. équation de débit dans le vérin : $q(t) = S \frac{dx(t)}{dt} + \frac{V}{2B} \frac{d\Delta p(t)}{dt}$ où $\Delta p(t)$ représente la différence de pression entre les 2 chambres du vérin ; V est le volume total de fluide dans le vérin (V est supposé constant) et B est le coefficient de compressibilité du fluide hydraulique (pour un fluide incompressible $B \rightarrow \infty$) ;
2. Effort moteur sur le piston : $F_m(t) = S \Delta p(t)$;
3. Principe fondamental de la dynamique appliqué sur la tige de vérin : $F_m(t) - F_r(t) - f \frac{dx(t)}{dt} = m \frac{d^2 x(t)}{dt^2}$ où $F_r(t)$ représente l'effort résistant sur la tige du vérin (effort qui sera considéré comme une perturbation), et f représente le frottement visqueux.

Les conditions initiales sont nulles (hypothèses de Heaviside).

Q1 : Exprimer la première équation dans le domaine de Laplace puis compléter le schéma-bloc ci-après.

Q2 : Exprimer la deuxième équation dans le domaine de Laplace et compléter le schéma-bloc.

Q3 : Exprimer la troisième équation dans le domaine de Laplace et compléter le schéma-bloc.



Q4 : Ce schéma comporte une boucle et des comparateurs. Est-ce un système asservi ?

Q5 : Exprimer de façon littérale la fonction de transfert $\left. \frac{X(p)}{Q(p)} \right|_{F_r(p)=0}$ et donner sa classe et son ordre.

Q6 : Exprimer de façon littérale la fonction de transfert $\left. \frac{X(p)}{F_r(p)} \right|_{Q(p)=0}$ et donner sa classe et son ordre.

Q7 : En précisant le théorème utilisé, en déduire l'expression de $X(p)$ en fonction de $Q(p)$ et $F_r(p)$.

Q8 : Simplifier $X(p)$ en utilisant l'hypothèse de fluide incompressible (B tendant vers $+\infty$).

Modèle de connaissance de l'asservissement

Dans cette partie, on utilisera l'hypothèse fluide incompressible : $X(p) = \frac{Q(p)}{Sp}$.

Q9 : Selon la description de la servocommande (page précédente), déterminer le schéma-bloc de son asservissement dont $X_c(p)$ est la consigne et $X(p)$ la grandeur asservie.

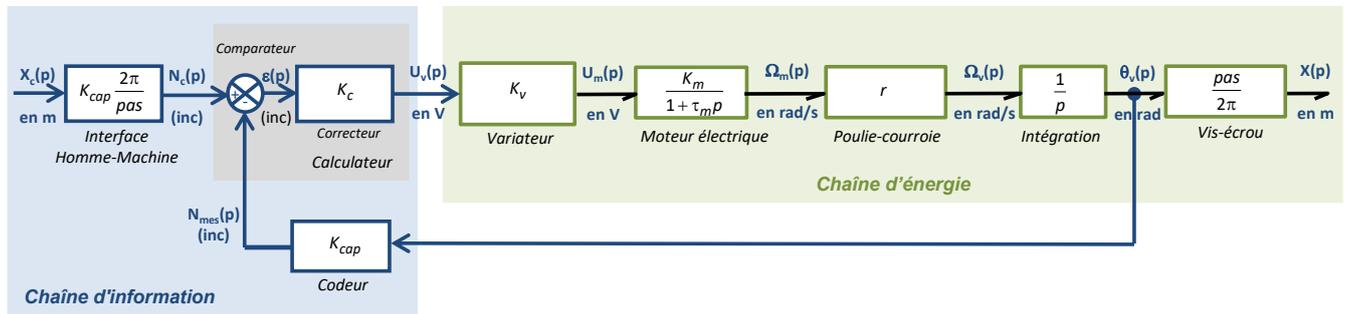
Q10 : En déduire sous forme canonique la fonction de transfert globale modélisant le comportement en poursuite de cet asservissement.

Q11 : Conclure sur les performances de stabilité et de précision en poursuite pour une entrée en échelon (NB : toutes les constantes sont positives).

ÉLÉMENTS DE REPONSE

TD1

1.1 Axe asservi de machine-outil



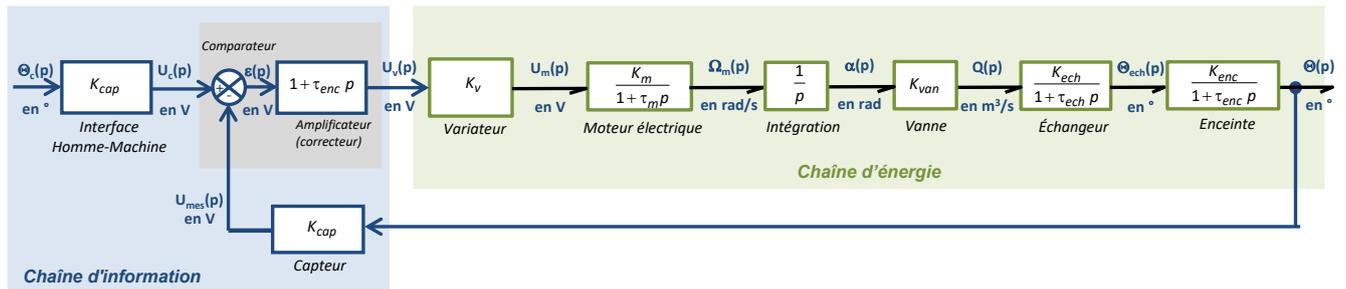
Q3 :
$$\frac{X(p)}{X_c(p)} = \frac{1}{1 + \frac{1}{K_c K_v K_m r K_{cap}} p + \frac{\tau_m}{K_c K_v K_m r K_{cap}} p^2}$$

Q5 :
$$\omega_0 = \sqrt{\frac{K_c K_v K_m r K_{cap}}{\tau_m}} \text{ et } z = \frac{1}{2\sqrt{K_c K_v K_m r K_{cap} \tau_m}}$$

Q6 :
$$K_c \leq \frac{1}{4 K_v K_m r K_{cap} \tau_m}$$

Q7 : Le temps de réponse minimale est obtenue pour K_c maximal, soit pour $K_c = \frac{1}{4 K_v K_m r K_{cap} \tau_m}$.

1.2 Enceinte chauffante



Q5 :
$$\frac{\Theta(p)}{\Theta_c(p)} = \frac{1}{1 + \frac{1}{K_v K_m K_{van} K_{ech} K_{enc} K_{cap}} p + \frac{\tau_m + \tau_{ech}}{K_v K_m K_{van} K_{ech} K_{enc} K_{cap}} p^2 + \frac{\tau_m \tau_{ech}}{K_v K_m K_{van} K_{ech} K_{enc} K_{cap}} p^3}$$

1.3 Cablecam Q1 : gain de l'IHM = gain capteur = k_c .

Q2 : boucle intérieure
$$\frac{\Omega(p)}{U_m(p)} = \frac{k_t}{(R + Lp)J_{eq}p + k_t k_e}$$

$$\frac{X(p)}{X_c(p)} = \frac{1}{1 + \frac{k_e}{k_c K G r} p + \frac{R J_{eq}}{k_c K G k_t r} p^2 + \frac{L J_{eq}}{k_c K G k_t r} p^3}$$

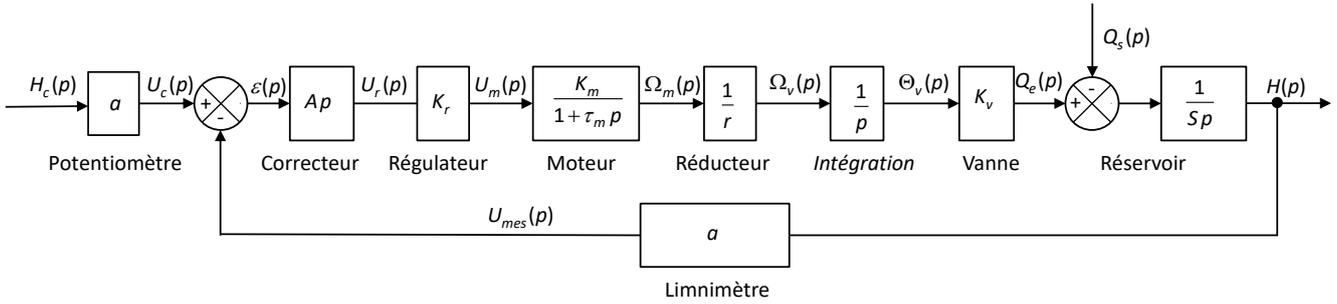
Q3 : précis si stable, gain statique unitaire.
 $K < k_e R / (k_c G r L)$

Q4 : influence sur la rapidité et la stabilité. Pas sur la précision.

Q5 :

TD2

2.1 Système Ramses



Q2 : $\frac{H(p)}{H_c(p)} \Big|_{Q_s(p)=0} = \frac{1}{1 + \frac{rS}{aAK_r K_m K_v} p + \frac{\tau_m r S}{aAK_r K_m K_v} p^2}$

Q3 :

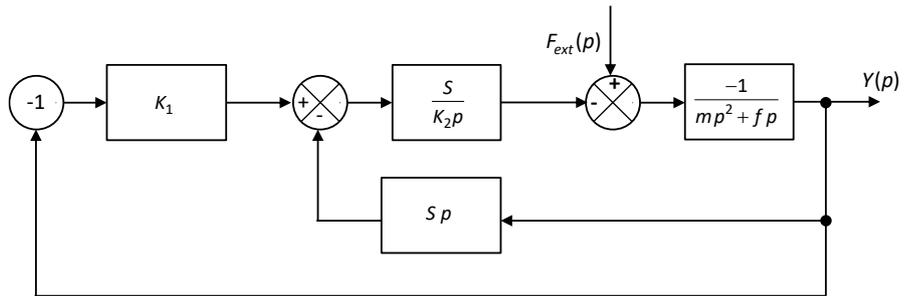
$\frac{H(p)}{Q_s(p)} \Big|_{H_c(p)=0} = \frac{-r}{aAK_r K_m K_v} \cdot \frac{1 + \tau_m p}{1 + \frac{rS}{aAK_r K_m K_v} p + \frac{\tau_m r S}{aAK_r K_m K_v} p^2}$

Q4 : $H(p) = F_1(p) H_c(p) + F_2(p) Q_s(p)$

Q5 : $h(+\infty) = h_0 + \frac{-r}{aAK_r K_m K_v} q_0$

2.2 Suspension de camion

Q1 : $H(p) = \frac{Y(p)}{Y_c(p)} \Big|_{F_{ext}=0} = \frac{1}{1 + \frac{S}{K_1} p + \frac{fK_2}{SK_1} p^2 + \frac{mK_2}{SK_1} p^3}$



Q3 :

$F(p) = \frac{-K_2}{K_1 S} \frac{p}{1 + \frac{S}{K_1} p + \frac{K_2 f}{K_1 S} p^2 + \frac{K_2 m}{K_1 S} p^3}$

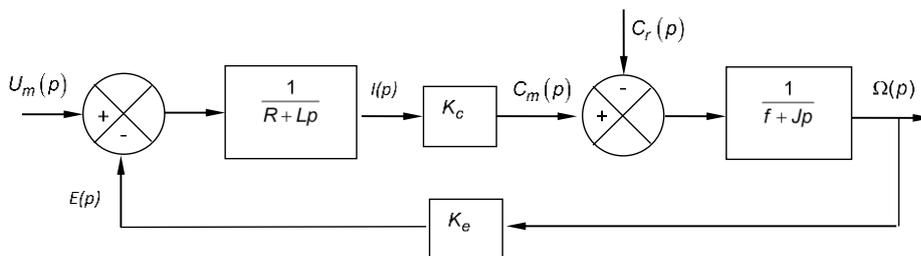
Q5 : $y(+\infty) = 0$. Modèle insensible à la perturbation pour un échelon.

2.3 Synthèse de schéma-blocs

Exemple 1 : $S(p) = \frac{A(p)B(p)D(p)}{1+B(p)D(p)} E(p) - \frac{C(p)D(p)}{1+B(p)D(p)} F(p)$

Exemple 2 : $S(p) = \frac{A(p)C(p)}{1+A(p)B(p)} E(p) + \frac{C(p)}{1+A(p)B(p)} F(p)$

2.4 Moteur à courant continu



Q1 :

Q2 : Non !

$$Q3: \frac{\Omega(p)}{U_m(p)} \Big|_{C_r(p)=0} = \left(\frac{K_c}{Rf + K_e K_c} \right) \left(\frac{1}{1 + \frac{RJ + Lf}{Rf + K_e K_c} p + \frac{LJ}{Rf + K_e K_c} p^2} \right)$$

Q4 :

$$\frac{\Omega(p)}{C_r(p)} \Big|_{U_m(p)=0} = \left(\frac{-R}{Rf + K_e K_c} \right) \left(\frac{1 + \frac{L}{R} p}{1 + \frac{RJ + Lf}{Rf + K_e K_c} p + \frac{LJ}{Rf + K_e K_c} p^2} \right)$$

$$Q6: \omega(+\infty) = \frac{K_c}{Rf + K_e K_c} U_{m0} - \frac{R}{Rf + K_e K_c} C_{r0}$$

Exercices supplémentaires

Problème 1 : Système de correction de portée d'un phare automobile

Q5 : la réponse est dans le sujet

Q8 : question de cours

$$Q9: K = 1, \omega_0 = 0,25\sqrt{AK_c} \text{ et } z = \frac{41,7}{\sqrt{AK_c}}$$

$$Q11: AK_c = 3650 \text{ V/rad et } t_{r5\%} = 0,2 \text{ s}$$

Problème 2 : Servocommande d'avion

$$Q5: \frac{X(p)}{Q(p)} \Big|_{F_r(p)=0} = \frac{1}{Sp} \cdot \frac{1}{1 + \frac{Vf}{2BS^2} p + \frac{Vm}{2BS^2} p^2}$$

$$Q6: \frac{X(p)}{F_r(p)} \Big|_{Q(p)=0} = -\frac{V}{2BS^2} \cdot \frac{1}{1 + \frac{Vf}{2BS^2} p + \frac{Vm}{2BS^2} p^2}$$

$$Q10: \frac{X(p)}{X_c(p)} = \frac{1}{1 + \frac{S}{K_a K_d K_c} p + \frac{TS}{K_a K_d K_c} p^2}$$