

MODELISER LE COMPORTEMENT CINEMATIQUE DES TRANSMETTEURS LINEAIRES

C 03

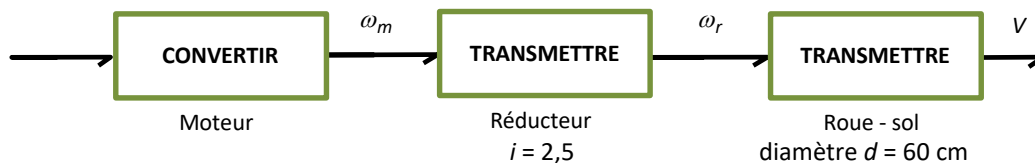
TD 1 : Comportement cinématique des chaînes de puissance	1
TD 2 : Modéliser le comportement cinématique de transmetteurs et trains simples.....	2
TD 3 : Modéliser le comportement cinématique des trains épicycloïdaux.....	8
Éléments de réponse	13

TD 1 : COMPORTEMENT CINEMATIQUE DES CHAINES DE PUISSANCE

Exercice 1.1 : VALIDATION DE PERFORMANCES CINEMATIQUES

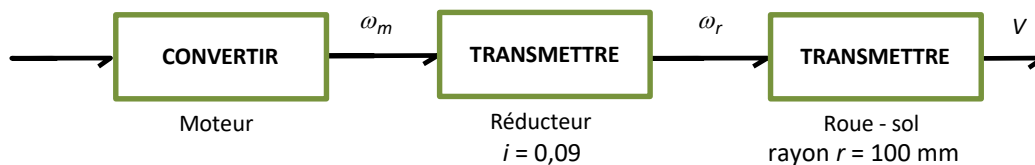
Considérons la chaîne de puissance d'une voiture électrique comprenant un moteur et un réducteur qui entraîne en rotation les roues. Celles-ci sont supposées rouler sans glisser sur le sol.

Le moteur tourne à une vitesse $N_m = 3600$ tr/mn.



Q1 : Déterminer la vitesse d'avance du véhicule en km/h.

Considérons une chaîne de puissance de même structure d'un chariot automatique. La vitesse minimale du véhicule doit être de 5 km/h.



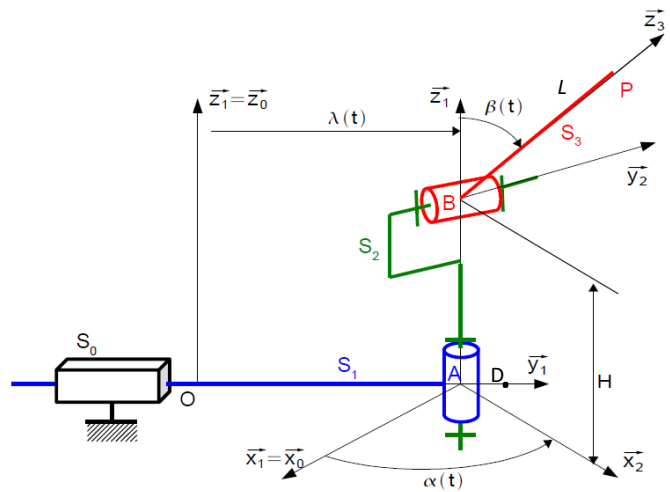
Q2 : Déterminer la fréquence de rotation maximale minimale du moteur permettant d'atteindre les 5 km/h.

TD 2 : MODELISER LE COMPORTEMENT CINEMATIQUE DE TRANSMETTEURS ET TRAINS SIMPLES

Exercice 2.1 : TRANSMETTEURS D'UN ROBOT DE PEINTURE



Considérons le robot dont la structure série est définie par le schéma cinématique ci-contre. Chaque axe est associé à une chaîne de puissance spécifique.

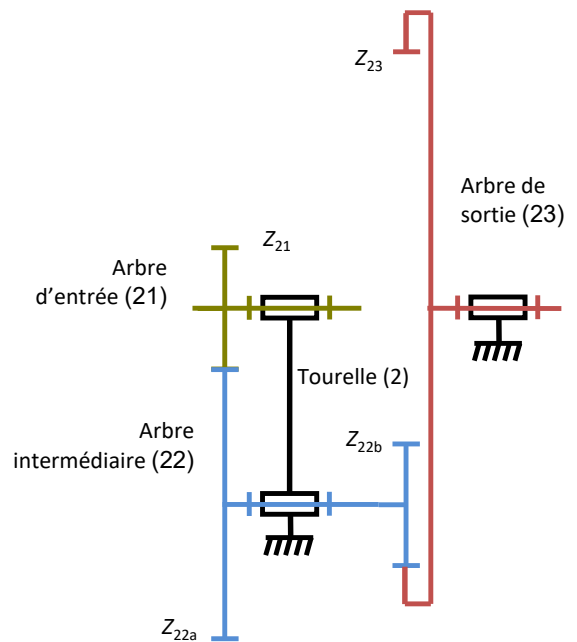
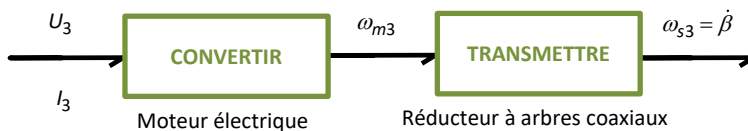


Objectif : déterminer les vitesses angulaires des moteurs des chaînes de puissance contrôlant les angles α et β , axe 2 et axe 3.

Axe 3

Le schéma cinématique du transmetteur de l'axe 3 contrôlant l'angle β est représenté ci-contre. L'ensemble de référence du transmetteur est la tourelle (2). Il s'agit d'un réducteur à train d'engrenage simple et arbres d'entrée et de sortie coaxiaux : les axes des liaisons pivots L_{21-2} et L_{23-2} sont confondus.

Nombre de dents des pignons : $Z_{21} = 31$ $Z_{22a} = 52$ $Z_{22b} = 17$ $Z_{23} = 79$



Q1 : Repasser en couleur les différents ensembles indéformables du schéma cinématique. Déterminer le nombre d'étages du train (nombre d'engrenages) et préciser les taux de rotation d'entrée et de sortie.

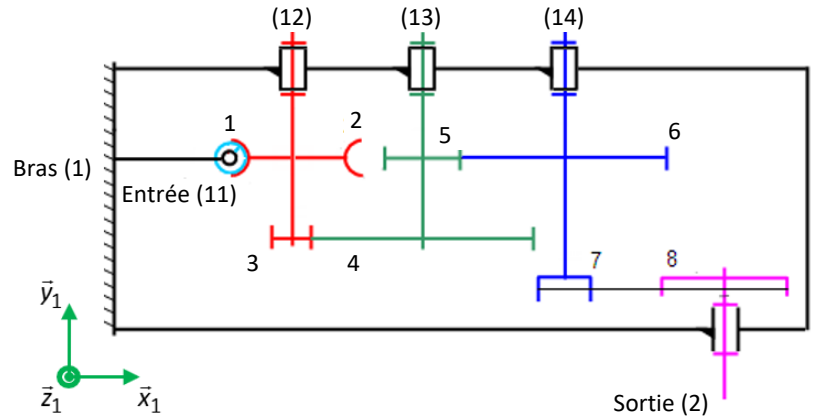
Q2 : Déterminer l'expression du rapport de transmission

$$i_3 = \frac{\omega_{s3}}{\omega_{m3}} \text{ en fonction des } Z_i. \text{ Application numérique.}$$

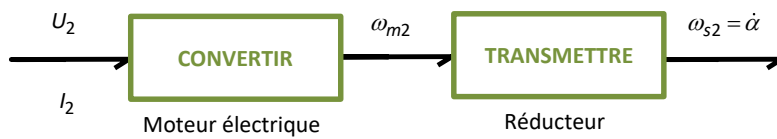
Q3 : En déduire l'expression de le taux de rotation ω_{m3} du rotor du moteur de l'axe 3 du robot de peinture, en fonction de i_3 et $\dot{\beta}$.

Axe 2

Le schéma cinématique ci-contre représente le transmetteur de l'axe 2.



Repère pignon ou poulie	1	2	3	4	5	6	7	8
Caractéristique du pignon ou de la poulie	$Z_1 = 2$ filets	$Z_2 = 50$ dents	$Z_3 = 25$ dents	$Z_4 = 60$ dents	$Z_5 = 30$ dents	$Z_6 = 50$ dents	$D_7 = 35$ mm	$D_8 = 70$ mm



Q4 : Repasser en couleur les différents ensembles indéformables du schéma cinématique. Préciser les vitesses angulaires d'entrée et de sortie.

La vis à un pas à droite. Avec la base définie, les signes de $\omega_{11/1}$ et $\omega_{12/1}$ sont opposés.

Q5 : Déterminer le nombre d'étages du train (nombre de transmetteurs élémentaires) et l'expression du rapport de transmission $i_2 = \frac{\omega_{s2}}{\omega_{m2}}$ en fonction des Z_i et D_i . Application numérique.

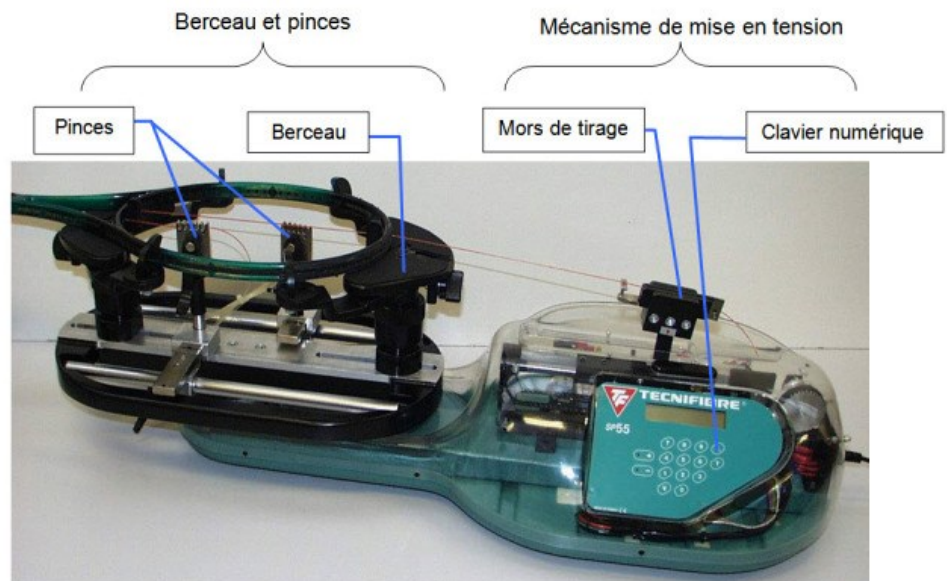
Q6 : En déduire l'expression de la vitesse angulaire ω_{m2} du rotor du moteur de l'axe 2 du robot de peinture, en fonction de i_2 et $\dot{\alpha}$.

Exercice 2.2 : CORDEUSE DE RAQUETTE

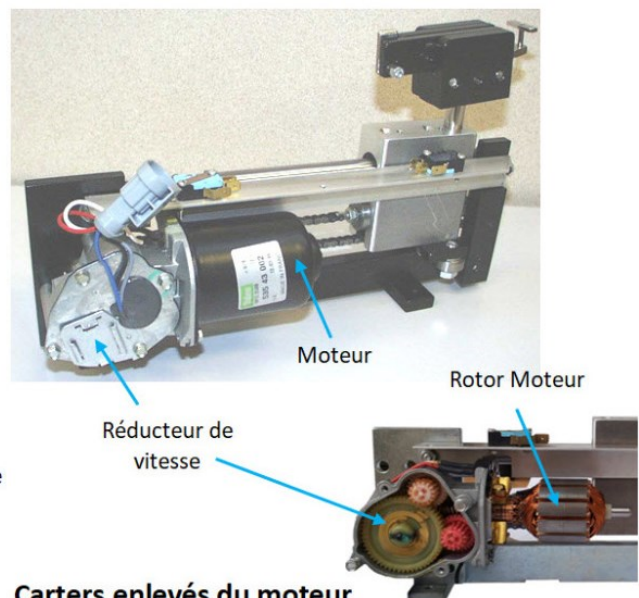
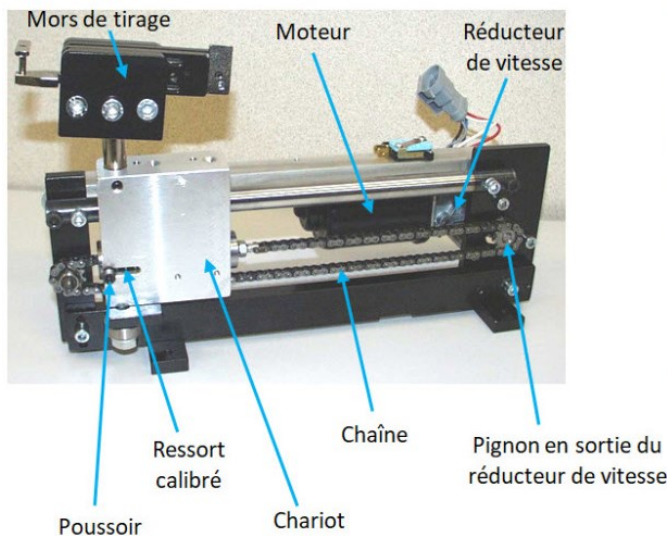
Une cordeuse de raquette permet de réaliser le cordage d'une raquette en contrôlant sa tension, c'est-à-dire la force en traction de la corde (réglable de 50 à 400 N).

Elle comprend, en particulier, un berceau permettant de maintenir la raquette en position, un mors de tirage, un clavier numérique et un bouton de mise en tension.

L'appui sur le bouton de mise en tension entraîne le déplacement du chariot jusqu'à ce que la tension dans la corde corresponde à celle réglée par le clavier numérique, ou que le chariot arrive en bout de course.

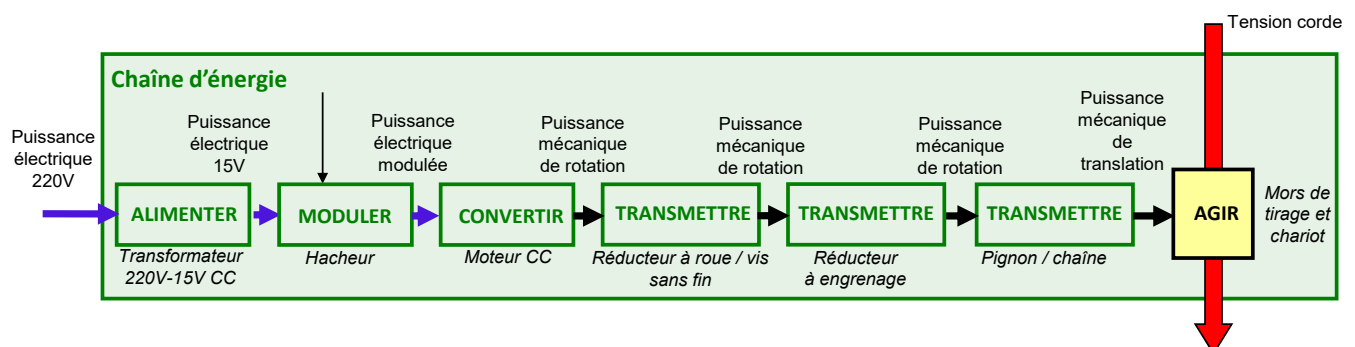


Machine à corder SP55



Carters enlevés du moteur et du réducteur de vitesse

La chaîne de puissance de l'activité associée à la mise sous tension de la corde, par déplacement du mors de tirage, est donnée ci-après.



Les caractéristiques des transmetteurs sont :

Vis sans fin 1 : $Z_1 = 2$ filets

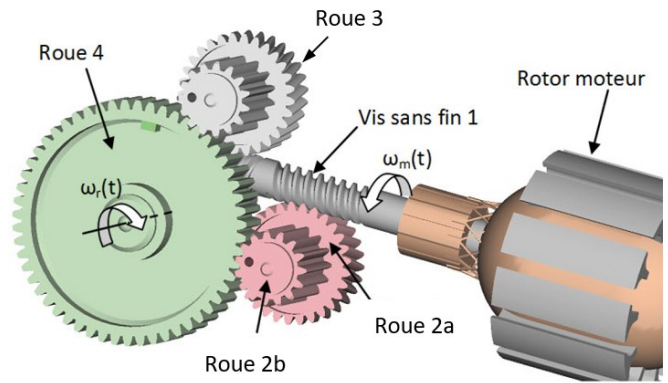
Roue 2a : $Z_{2a} = 29$ dents

Roue 2b : $Z_{2b} = 15$ dents

Roue 4 : $Z_4 = 55$ dents

La pièce intermédiaire entre la vis et la roue 4 est l'ensemble (2).

Remarque : la pièce (3), de caractéristiques proches celles de la pièce (2) a pour rôle d'équilibrer les efforts s'exerçant sur le rotor. Elle n'a pas d'influence sur le rapport de transmission et ne doit pas être prise en compte.



Pignon de chaîne du transmetteur pignon/chaîne, lié à la roue 4 : $D_p = 20$ mm.

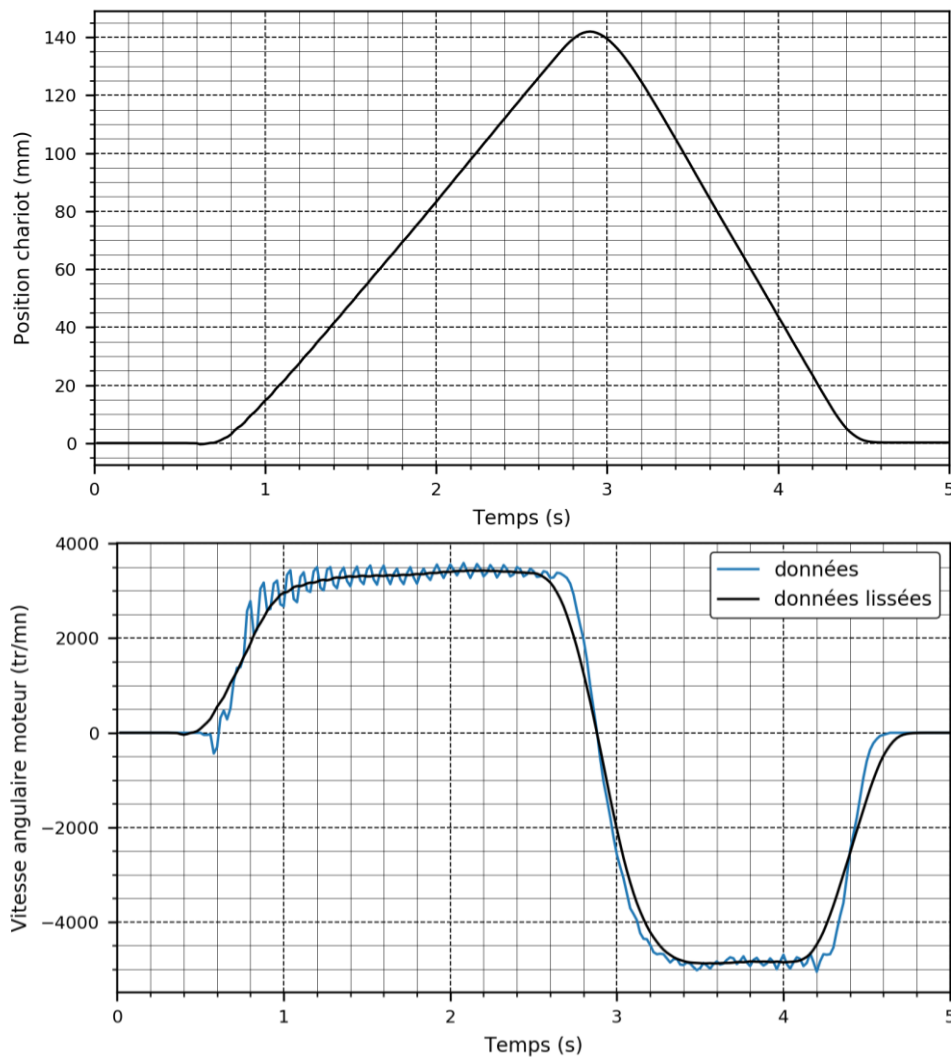
Par rapport au châssis, ensemble de référence (0), on note ω_m la vitesse de rotation du moteur, ω_r celle du pignon de chaîne et v_c la vitesse de translation du chariot.

Q1 : Identifier, sur la chaîne de puissance, les grandeurs ω_m , ω_r et v_c .

Q2 : Déterminer le rapport de transmission $i = \left| \frac{\omega_m}{\omega_r} \right|$ du réducteur. Application numérique.

Q3 : Déterminer le rapport de transmission $k = \left| \frac{\omega_m}{v_c} \right|$ des transmetteurs. Préciser l'unité de k . Faire l'AN.

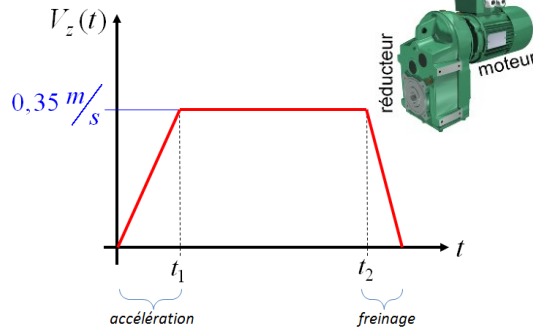
Q4 : En utilisant les résultats expérimentaux ci-après, vérifier la valeur de k obtenue à la question précédente.



Exercice 2.3 : MONTE-CHARGE

Le monte-charge représenté ci-contre utilise un moteur (1500 tr/min) associé à un réducteur pour enrouler un câble sur un tambour et faire ainsi monter une charge.

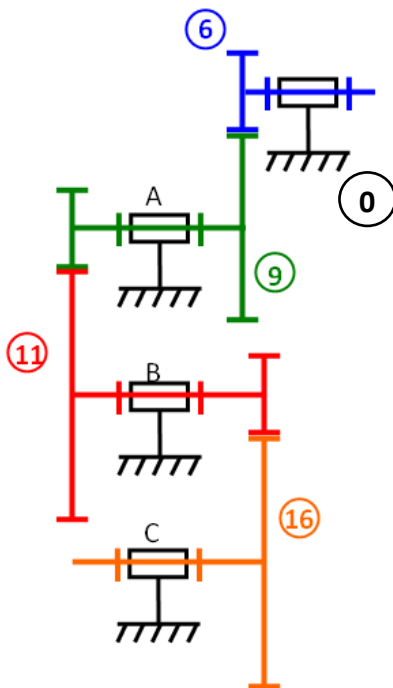
Pour obtenir un temps de montée minimal, tout en limitant la norme de l'accélération pendant le démarrage qui pourrait être à l'origine de dégâts sur la charge transportée, on impose le profil de vitesse ci-contre.



Le modèle cinématique du réducteur ainsi que les caractéristiques des pignons sont donnés ci-dessous.

Caractéristiques des roues dentées :

Numéro	Z
6	16
9a	46
9b	19
11a	59
11b	17
16	85



Objectif : vérifier que, le moteur tournant à sa vitesse maximale, l'ensemble moteur et réducteur choisi permet d'obtenir la vitesse de montée, en régime permanent, de 0,35 m/s.

Q1 : Déterminer le nombre d'étages (nombre de transmetteurs élémentaires) et les roues dentées associées à chaque étage de réduction.

Q2 : Déterminer l'expression du rapport de réduction $i = \frac{\omega_s}{\omega_e}$ du réducteur. Faire l'application numérique.

On fait l'hypothèse que pendant toute la montée de la charge, le diamètre d'enroulement des spires sur le tambour reste constant et est égal à 20 cm (et qu'il n'y a pas de glissement entre le tambour et le câble).

Q3 : Déterminer la vitesse de montée V_z de la charge lorsque le moteur tourne à 1500 tr/mn.

Q4 : Conclure quant au choix du concepteur d'utiliser ce réducteur.

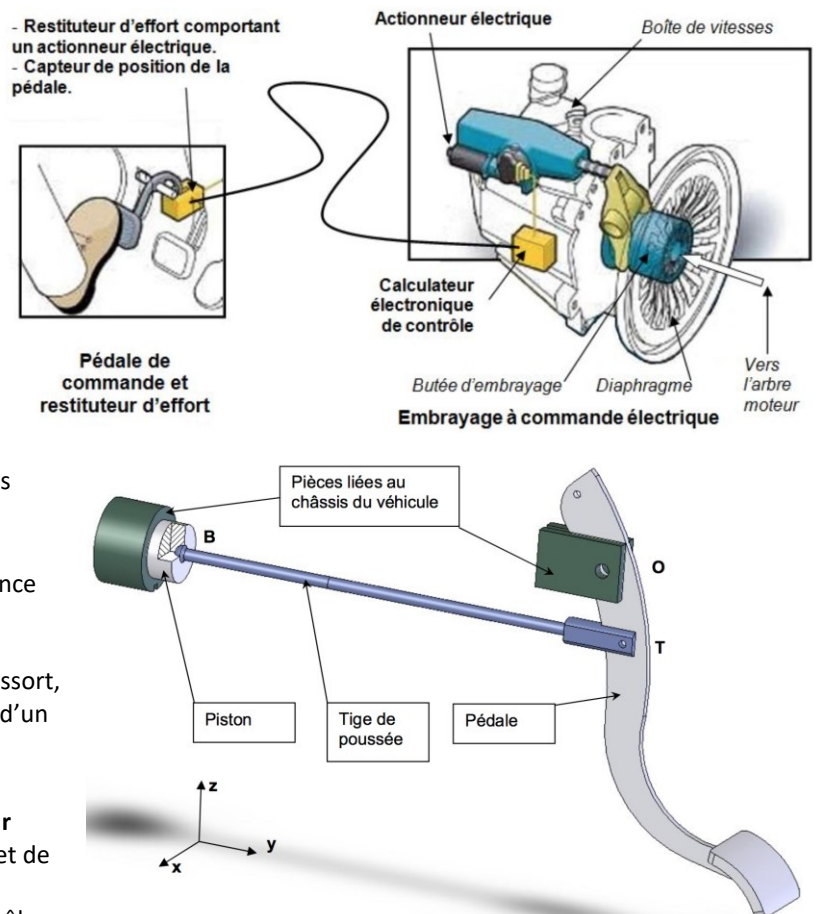
Exercice 2.4 : RESTITUTEUR ACTIF D'EFFORT D'EMBRAYAGE

La conduite en ville nécessite des répétitions fréquentes de la manœuvre d'embrayage / débrayage. Pour améliorer le confort de conduite, on peut substituer la force musculaire du conducteur par une commande électrique de l'embrayage. Dans ce cas, il devient nécessaire de renseigner l'unité de contrôle électronique sur les intentions du conducteur à partir d'un capteur de position placé sur la pédale d'embrayage.

L'automatisation de la fonction embrayage permet de corriger les éventuelles fausses manœuvres du conducteur, d'assurer la fonction anti-calage du moteur et de participer aux fonctions d'anti-patinage et d'anti-blocage des roues.

En cas d'utilisation de la pédale, il faut recréer les sensations au conducteur, c'est-à-dire une résistance mécanique proche de celle d'une commande mécanique classique. Pour réaliser ce système de retour d'effort la solution peut être passive (un ressort, par exemple) ou utiliser un système actif (à l'aide d'un actionneur électrique), objet de l'étude.

L'étude porte sur un démonstrateur de **restituteur actif d'effort** à la pédale. Le démonstrateur permet de tester différentes lois de restitution d'effort pour rechercher la plus ergonomique. Le système contrôle, par l'intermédiaire d'un **piston**, l'effort sur la **tige de poussée** de la **pédale**.

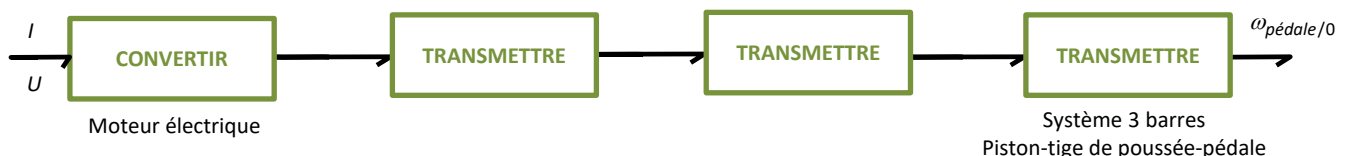
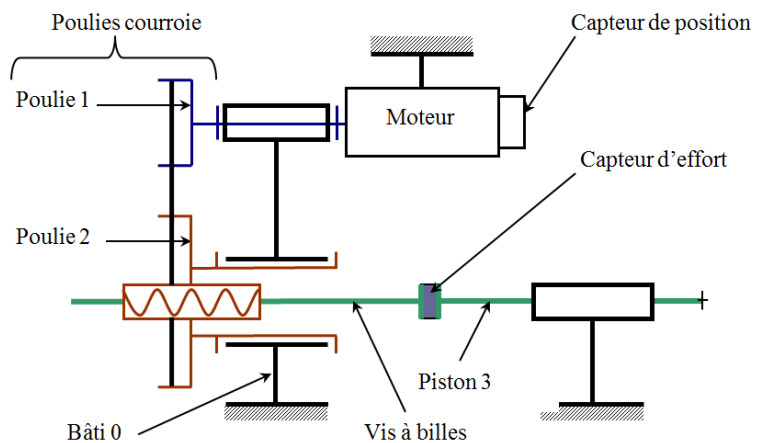


Le schéma du restituteur actif est donné ci-contre.

Le pas de la vis est $p_v = 10$ mm.

Le diamètre de la poulie 2 est le double de celui de la poulie 1.

Q1 : Compléter la chaîne de puissance partielle en définissant les noms des transmetteurs et les grandeurs d'entrée et de sortie cinématiques.



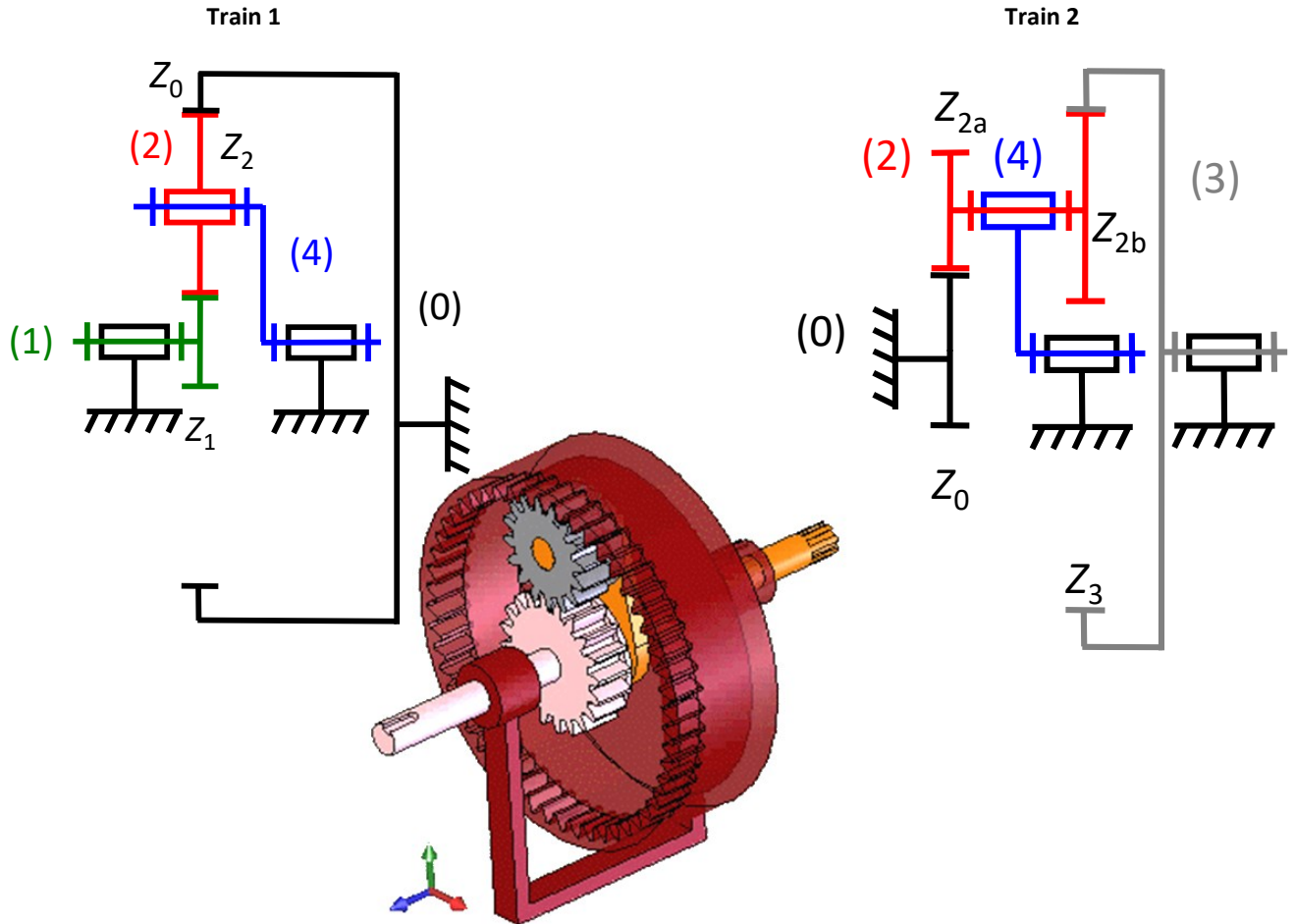
Q2 : Définir la loi entrée-sortie entre la vitesse de translation du piston 3 et la vitesse de rotation du moteur 1. Application numérique.

Q3 : La vitesse de rotation maximale du moteur est de 1500 tr/mn. En déduire la vitesse de translation maximale du piston 3, v_{30} .

TD 3 : MODELISER LE COMPORTEMENT CINEMATIQUE DES TRAINS EPICYCLOÏDAUX

Exercice 3.1 : TRAINS ELEMENTAIRES

Les schémas ci-dessous représentent des trains épicycloïdaux classiques.



Objectif : déterminer le rapport de transmission des réducteurs

Rappel de la démarche :

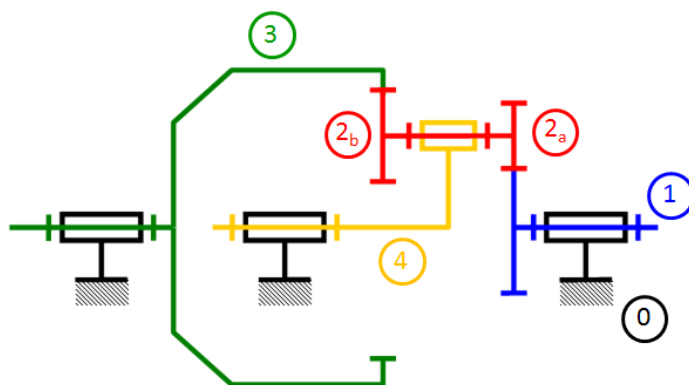
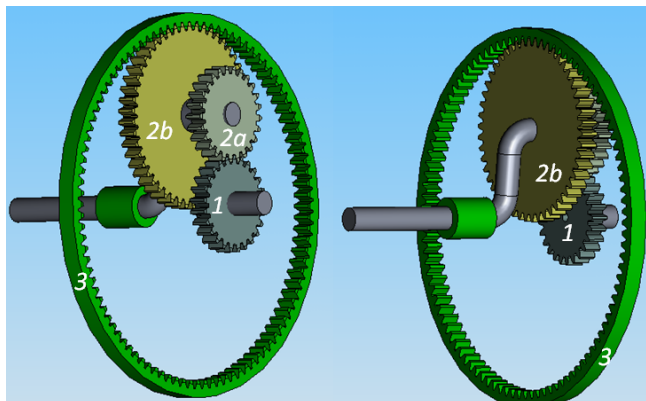
- 1) Identifier les composants.
- 2) Définir la raison de base du train en fonction des nombres de dents Z_i .
- 3) Définir la relation de Willis par composition des vitesses angulaires.
- 4) Déterminer le rapport de transmission en fonction de la raison de base, puis en fonction des Z_i .
- 5) En déduire le composant d'entrée du réducteur.

Q1 : Appliquer la démarche, déterminer le rapport de transmission et vérifier que le composant d'entrée est l'ensemble (1).

Q2 : Déterminer le rapport de transmission et vérifier que le composant d'entrée est l'ensemble (3).

Exercice 3.2 : REDUCTEUR A ARBRES COAXIAUX – TRAIN EPICYCLOÏDAL

Un train épicycloïdal est représenté ci-dessous à l'aide de son schéma cinématique.



Q1 : Compléter les tableaux suivants représentant les différentes configurations possibles de ce train.

Satellite	Porte satellite	Planétaire A	Planétaire B	Raison de base du train	Relation de Willis

Pièce d'entrée	Pièce de sortie	Pièce fixe/bâti 0	Relation de Willis simplifiée avec e et s, et en tenant compte de la pièce qui est fixe	Rapport de transmission : $i = \frac{\omega_e}{\omega_s}$
1	4	3		
1	3	4		
3	4	1		
4 = 3	1			
1 = 3	4			

Les rapports inverses sont possibles en échangeant entrée et sortie.

Considérons un réducteur constitué de 3 étages identiques. Un étage est un train épicycloïdal ayant pour élément d'entrée le planétaire intérieur $Z_1 = 10$ et pour élément de sortie le porte satellite. Le planétaire extérieur est bloqué par rapport au bâti, $Z_3 = 26$. Les satellites ne comprennent qu'un pignon ($Z_{2a} = Z_{2b}$).

Q2 : Déterminer le rapport de transmission d'un étage puis du réducteur.

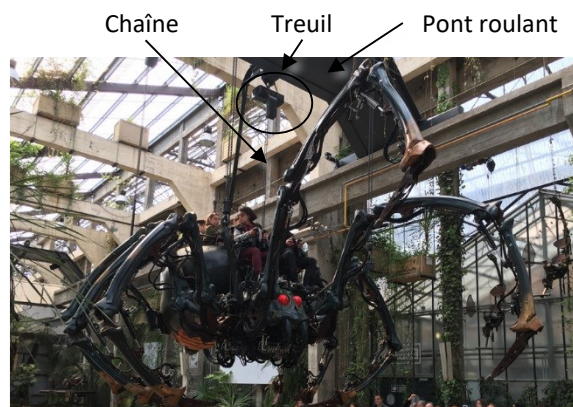
Exercice 3.3 : TREUIL D'ARAIGNEE MECANIQUE

Dans la galerie des machines de Nantes, certains « insectes » de grandes tailles, comme l'araignée mécanique, sont animés de mouvements pilotés par les visiteurs. Mais leur poids et, probablement, des raisons de sécurité font que leur positionnement dans le hall, horizontal et vertical, est réalisé par l'intermédiaire d'un pont roulant.

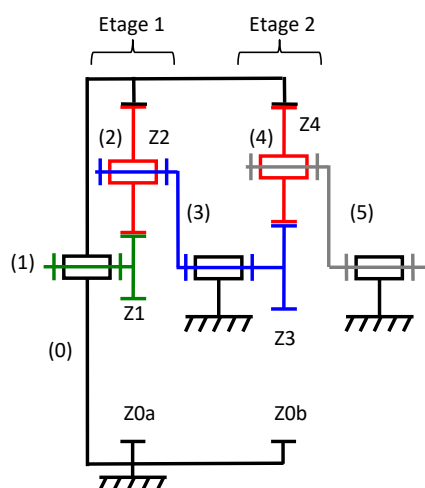
L'araignée est ainsi suspendue au pont roulant par une chaîne reliée à un treuil. Le treuil est composé d'un moteur électrique, d'un réducteur et d'une poulie de diamètre $D=15$ cm.

La vitesse de rotation maximale du moteur est de 3000 tr/mn.

Le modèle cinématique du train est donné ci-dessous. L'entrée du réducteur est notée (1).



Objectif : vérifier que la vitesse d'enroulement de la chaîne peut atteindre 0,6 m/s.



	Nb de dents Z
Pignon 1	21
Roue 2	51
Couronne 0a	123
Pignon 3	23
Roue 4	34
Couronne 0b	91

Remarque : les deux couronnes sont notées 0a et 0b. Elles font parties du même ensemble cinématique (i.e. le bâti 0).

Q1 : Décomposer la structure du réducteur en 2 transmetteurs élémentaires (nommés étages) et compléter le schéma ci-dessous en précisant les ensembles qui interviennent dans chaque transmetteur. Identifier les composants des trains épicycloïdaux.



Q2 : Déterminer littéralement, en fonction du nombre de dents, le rapport de transmission ω_e / ω_s . On notera λ_1 et λ_2 les raisons de base de chaque étage. Réaliser l'application numérique.

Q3 : Conclure vis-à-vis du cahier des charges.

Exercice 3.4 : DIFFERENTIEL ET VEHICULE EN VIRAGE

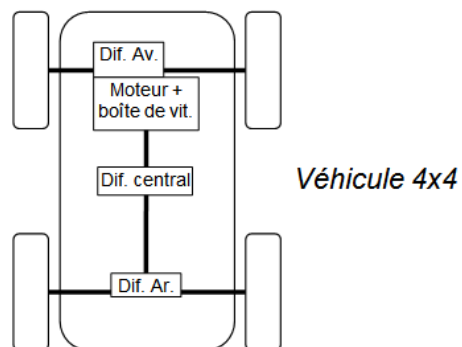
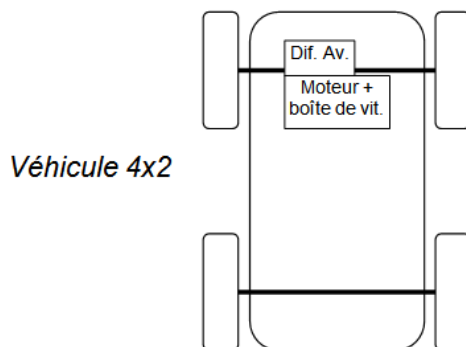
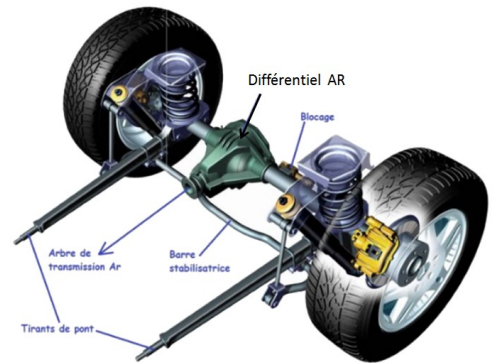
Le **différentiel** est présent sur toutes les voitures.

Il permet aux roues motrices (entraînées par le moteur) de tourner à des vitesses différentes pour faciliter la prise de courbe et limiter l'usure des pneus.

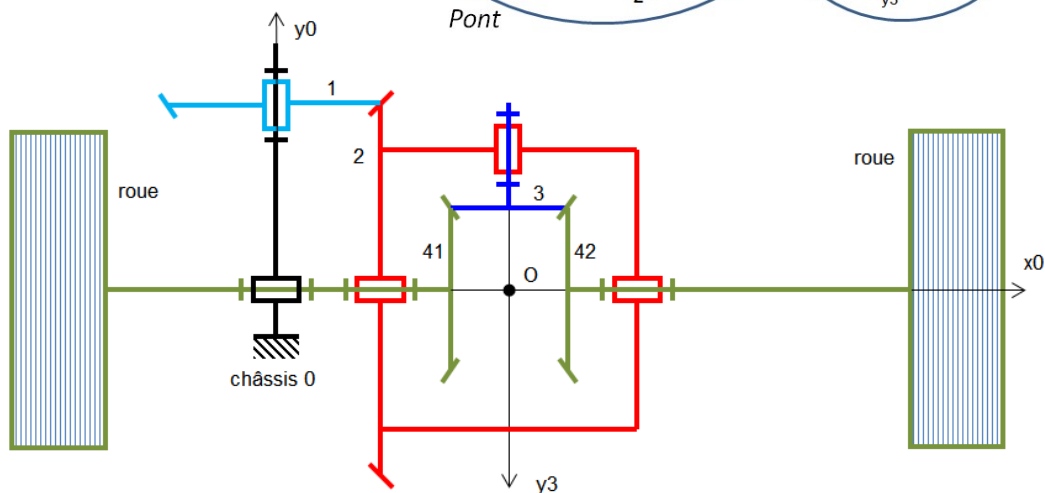
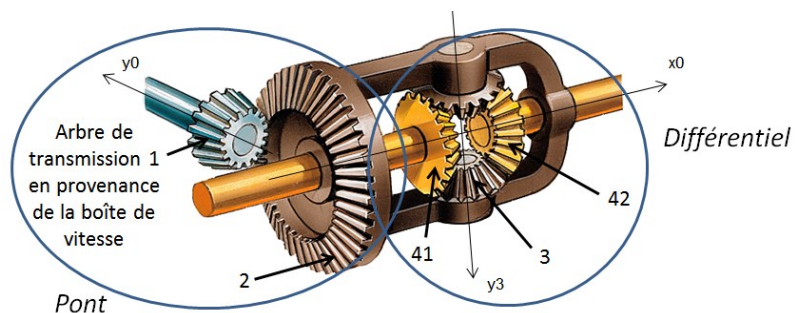
Architecture structurelle de la transmission.

Sur un véhicule à 2 roues motrices (4x2), un seul différentiel est installé entre les roues droite et gauche.

Sur un véhicule à 4 roues motrices (4x4), trois différentiels sont installés entre les ponts avant et arrière, et entre les roues droite et gauche de chaque pont.



Le pont qui est associé au différentiel permet une réduction supplémentaire par rapport à celle effectuée par la boîte de vitesse.



Un différentiel est un train d'engrenage épicycloïdal dit **sphérique**.

Q1 : Après avoir identifié les composants du train épicycloïdal, déterminer la raison du train puis la relation factorisée entre les vitesses angulaires des roues droite et gauche et la vitesse angulaire de (2).

Q2 : Quelles conditions imposent la vitesse de rotation des roues en conduite « normale » ?

Q3 : Déterminer la relation entre les vitesses lorsque le véhicule est en ligne droite. Que vaut, dans cette condition, $\omega_{3/2}$?

Exercice 3.5 : VARIATEUR DE VITESSE CONTINU DE LA TOYOTA PRIUS

L'hybridation des véhicules de tourisme est une des solutions mises en œuvre afin de diminuer la consommation énergétique du transport des particuliers.

La technologie hybride de TOYOTA (cf. schémas ci-dessous) associe un **moteur thermique** à combustion interne à essence (**MT**) avec un **moteur électrique** (**ME**), une **génératrice électrique** (**GE**) et une batterie de puissance. Moteur électrique et génératrice sont réversibles.

La transmission comprend, à la place de la boîte de vitesse usuelle, un train épicycloïdal fonctionnant en **réducteur à rapport continument variable** (**CVT**, Continuously Variable Transmission).

La puissance en sortie du moteur thermique est transmise, grâce au train épicycloïdal, à la **chaîne silencieuse** et à la génératrice. La **génératrice est asservie en vitesse**.

Le moteur électrique entraîne aussi la chaîne silencieuse, seul ou en complément du moteur thermique. Il récupère également l'énergie cinétique ou potentielle du véhicule lors des phases de ralentissement.

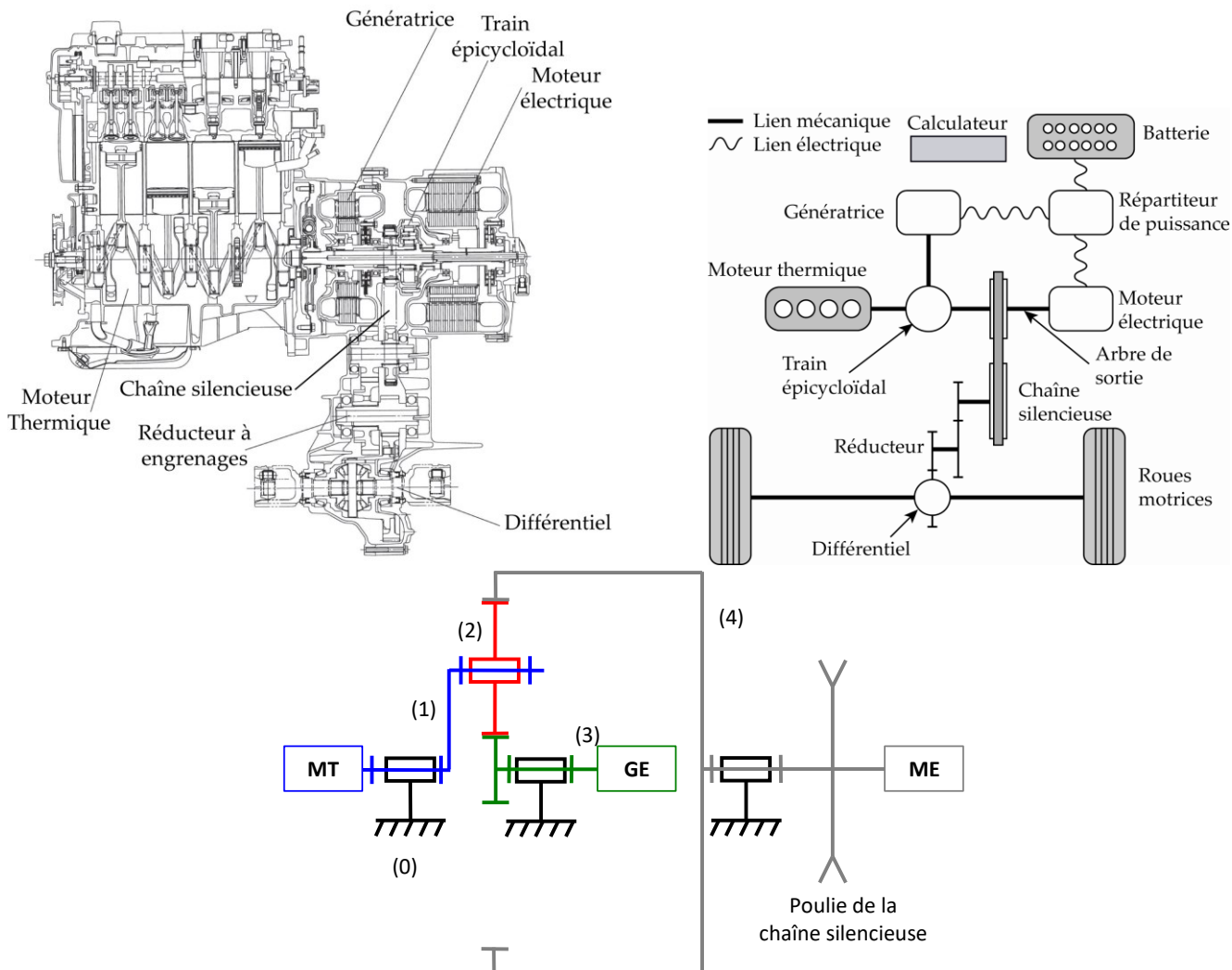
La chaîne silencieuse entraîne un **réducteur** de rapport 0,25, lui-même relié au **différentiel**.

Le train épicycloïdal est utilisé ainsi :

- le moteur thermique à combustion interne (MT) est relié au porte-satellite (1) ;
- la génératrice électrique (GE) est reliée au planétaire intérieur (3) ;
- l'arbre de sortie (S) est relié au planétaire extérieur (4) et au moteur électrique (ME).

Le référentiel choisi (0) est lié au carter du groupe motopropulseur. On pose $\omega_m = \omega_{1/0}$, $\omega_g = \omega_{3/0}$ et $\omega_s = \omega_{4/0}$.

Le nombre de dents des pignons du train sont : $Z_3=30$, $Z_4=78$, $Z_2=23$ avec (2) un satellite.



Q1 : Déterminer la raison et la relation de Willis du train en fonction de ω_m , ω_g et ω_s et la factoriser.

Q2 : Déterminer le rapport $\frac{\omega_s}{\omega_m}$ en fonction de λ et du rapport $\frac{\omega_g}{\omega_m}$.

Q3 : En quoi ce système répond bien à la fonction d'un CVT ? Quel est l'élément de contrôle du rapport de réduction ?

Q4 : Déterminer le rapport $\frac{\omega_g}{\omega_m}$ lorsque le véhicule est à l'arrêt, moteur thermique allumé (phase de démarrage ou de recharge des batteries à l'arrêt).

Considérons la situation de fonctionnement suivante :

- vitesse d'avance du véhicule de 90 km/h correspondant à une vitesse de rotation de (4) de 3250 tr/mn,
- moteur thermique proche de son point de rendement optimal supposé à 2700 tr/mn.

Q5 : Déterminer la vitesse de rotation du rotor du générateur (3).

ÉLÉMENTS DE REPONSE

TD1

1.1 Applications

Q1 : $V \approx 45$ m/s , soit 162 km/h

Q2 : $\omega_{\max} \approx 154$ rad/s , soit 1470 tr/mn

TD2

1.2 Transmetteurs d'un robot de peinture

Axe 1 Q2 : 2 étages. $\frac{\omega_{23/2}}{\omega_{21/2}} = \frac{-Z_{21}}{Z_{22a}} \times \frac{Z_{22b}}{Z_{23}} = \frac{-1}{7,8}$

Axe 2 Q5 : 4 étages. $\frac{\omega_{2/1}}{\omega_{11/2}} = \frac{-Z_1}{Z_2} \times \frac{-Z_3}{Z_4} \times \frac{-Z_5}{Z_6} \times \frac{D_7}{D_8} = -1/200$

Q6 : $\omega_{m2} = \frac{\dot{\alpha}}{i_2}$

1.4 Monte-charge

Q2 : $i = -0,022$

Q3 : $V_z = R \omega_{t/0} = \dots = 0,34$ m/s

1.3 Restituteur actif d'effort d'embrayage

Q2 : $\frac{v_{30}}{\omega_{1/0}} = \frac{v_{30}}{\omega_{2/0}} \times \frac{\omega_{2/0}}{\omega_{1/0}} = \frac{p_v D_1}{2\pi D_2} \approx 7,96 \times 10^{-4}$ m/rad

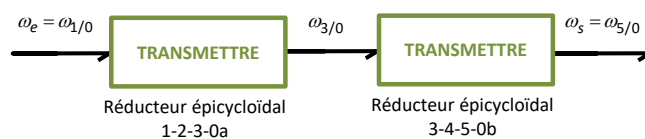
TD3

2.3 Treuil de pont roulant

Q1 :

Q2 : premier étage $\omega_e + (\lambda_1 - 1)\omega_{3/0} = 0$

Q3 : $V_{\max} = 0,69$ m/s



Deuxième étage $\omega_{3/0} + (\lambda_2 - 1)\omega_s = 0$

$\frac{\omega_e}{\omega_s} = 33,99$

2.4 Différentiel et véhicule en virage

Q1 : $\lambda = -1$ $\omega_{2/0} = \frac{\omega_{41/0} + \omega_{42/0}}{2}$

2.5 Variateur de vitesse continu de la Toyota Prius

Q1 : $\lambda = -2,6$ et $\omega_g - \lambda \omega_s + (\lambda - 1)\omega_m = 0$

Q2 : $\frac{\omega_s}{\omega_m} = \frac{1,8}{1,3} - \frac{1}{2,6} \frac{\omega_g}{\omega_m}$

Q4 : $\frac{\omega_g}{\omega_m} = 3,6$

Q5 : $\omega_g = 1270$ tr/mn