Exercice 1

L'étude porte sur la caméra SPEEDCAM utilisée pour les compétitions d'athlétisme pour filmer le sprint final des athlètes en tête de la course. La caméra est fixée sur un chariot se déplaçant sur un rail. Ce rail est le plus petit au monde permettant d'atteindre des vitesses de l'ordre de 15 m/s.
Un capteur optique permet de mesurer la position de la caméra par rapport au coureur. Un calculateur détermine la consigne de vitesse nécessaire pour suivre le coureur, transmise sous forme de tension de commande à l'asservissement du chariot.
Le chariot est asservi en vitesse comme le montre le schéma- bloc fonctionnel Figure 1.

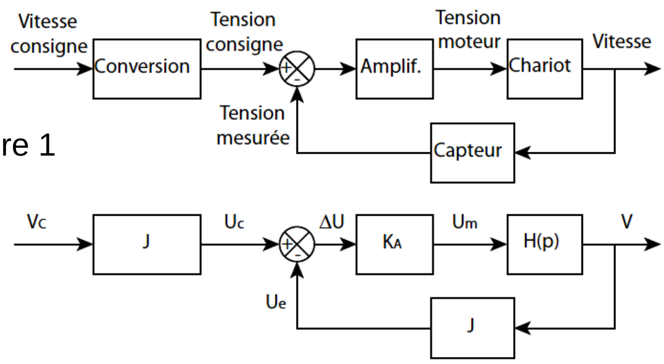
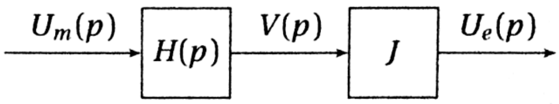


Figure 1

Le chariot est actionné par un moteur électrique piloté par sa tension d'entrée U_m. Cette tension est obtenue à l'aide d'un amplificateur fournissant une tension U_m proportionnelle à la tension de commande Δu (gain : $K_A = 500$). Un capteur de vitesse mesure la vitesse V et renvoie une information de tension U_e proportionnelle à la vitesse V (gain : J=0,3V.s/m)

Exigences	Critères	Valeurs
Assurer le déplacement du chariot permettant de filmer le sprint final des athlètes en tête de la course	vitesse chariot V	$V_{maxi} > 15$ m/s
Assurer un temps de réponse à 5% en boucle fermée au moins de 1s	$t_{5\%}$	$t_{5\%}<0,5$s

Problématique : Vérifier les exigences du cahier des charges, compte tenu des choix technologiques déjà effectués. L'étude sera traitée d'une part par un modèle de connaissance et d'autre part par un modèle de comportement.
Le chariot est relativement complexe à modéliser, ce qui ne permet pas à priori de donner un modèle de connaissance H(p) comme pour le capteur de vitesse ou l'amplificateur. Afin de modéliser son comportement, une mesure est réalisée pour proposer un modèle simple représentatif. La courbe Figure 2 montre la réponse obtenue par le capteur de vitesse lorsqu'un échelon de tension $u_m=u_0.U(t)$, U(t) étant égale à la fonction temporelle échelon (avec u_0=70V) est appliqué en entrée de H(p).
On choisit un modèle simple du premier ordre pour identifier le comportement du chariot, on prend donc $H(p)=\dfrac{K_c}{1+\tau.p}$. On rappelle que $\mathbf{U(t)}=\begin{cases}0 \textbf{ si } \mathbf{t}<0\\1 \textbf{ si } \mathbf{t}\geq 0\end{cases}$



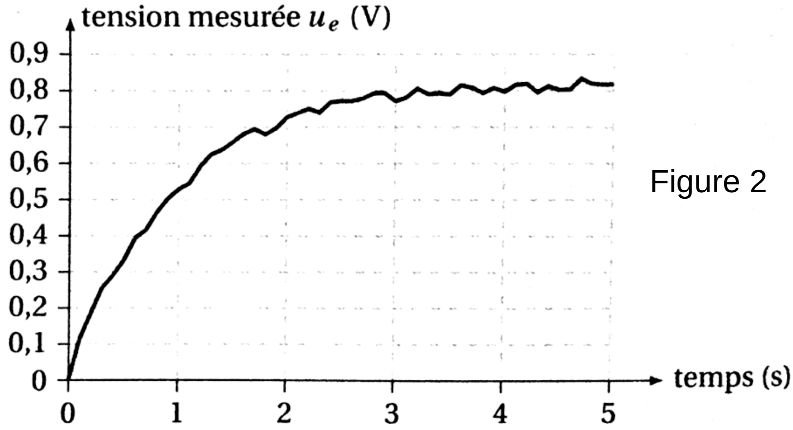


Figure 2

Question 1 : D'après la figure2, justifier le choix d'un modèle du premier ordre.

Question 2 : Déterminer à l'aide de la courbe la valeur de K_c.

Question 3 : Déterminer par deux méthodes graphiques différentes la valeur de τ. A partir de ces deux valeurs déterminer une valeur pertinente pour τ.

On cherche maintenant à caractériser les performances du système asservi, avec un correcteur $C(p)=K_p$ réglable placé après ΔU. Dans un premier temps on supposera $K_p = 1s^{-1}$.

Question 4 : Calculez la fonction de transfert totale $H_T(p) = \dfrac{V(p)}{V_c(p)}$ du chariot asservi.

On pourra écrire que :

- $V=H(p).U_m$,
- $U_m=K_a.K_p.\Delta U$,
- $U_e=J.V$,
- $\Delta U=U_c-U_e$
- $U_c=J.V_c$

En substituant les différentes grandeurs trouver la relation entre V et V_c en déduire $H_T(p)$. Quel est son ordre ? Le système est-il stable ? La réponse devra être argumentée.

Question 5 : En calculant la valeur de v(t) quand t tend vers l'infini suite à une entrée en échelon $v_c(t)=V_0U(t)$, déterminer si le système est précis.

Question 6 : Calculer $t_{5\%}$ du système. Comment modifier K_p pour augmenter la rapidité du système ? Quel est alors l'effet sur la précision ? Peut-on augmenter indéfiniment la valeur de K_p?

Pour la suite on prendra $C(p)=K_i/p$ avec $K_i = 1s^{-1}$

Question 7 : Calculer la fonction de transfert totale $H_C(p) = \dfrac{V(p)}{V_c(p)}$ du chariot asservi et la mettre sous forme canonique. Quel est son ordre ?

Question 8 : Faites les calculs nécessaires pour savoir si le système est stable.

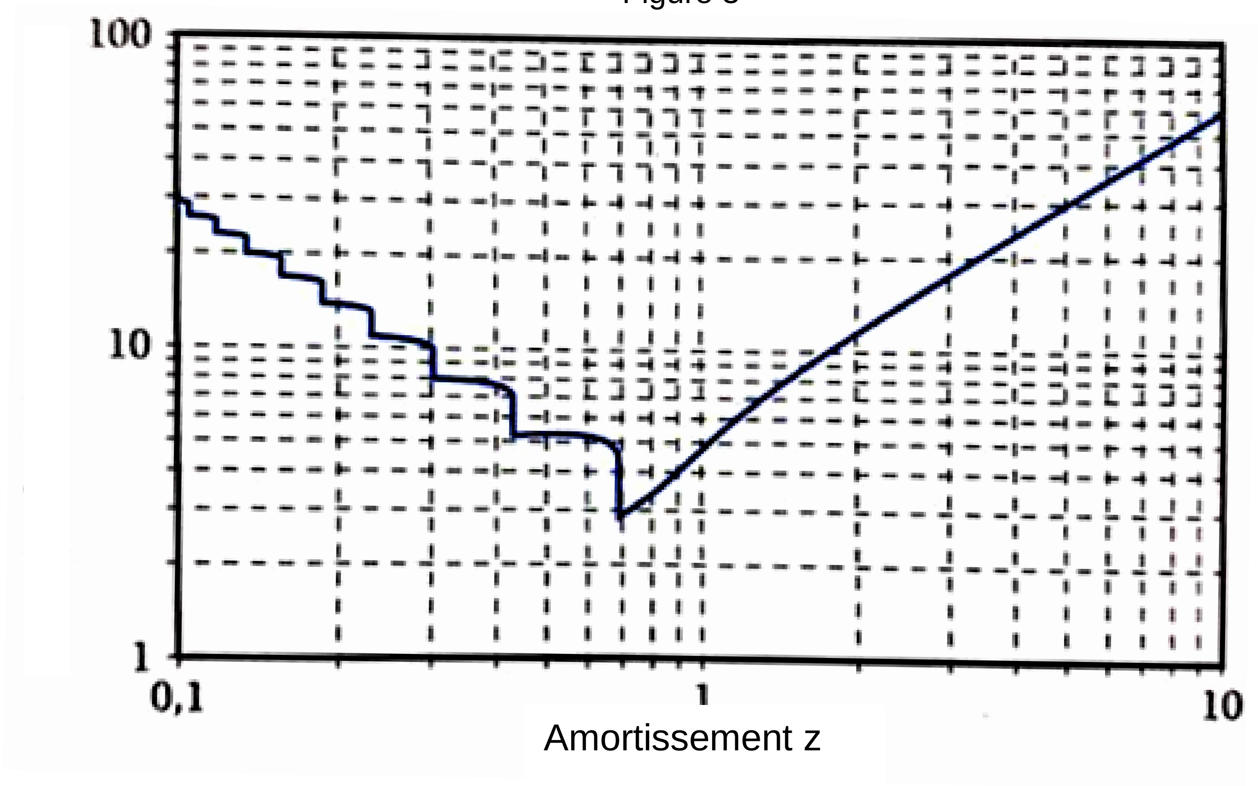
Question 9 : Déterminer si le système est précis pour une entrée en échelon.

Question 10 : Calculer la pulsation propre et le coefficient d'amortissement du système.

Question 11 : A l'aide de l'abaque figure 3, calculer le temps de réponse à 5%. Quelle valeur faut-il donner à K_i pour optimiser ce temps de réponse ? Est-ce que ce temps de réponse optimisé vérifie le cahier des charges ? Comment pourrait-on remédier à cette constatation.

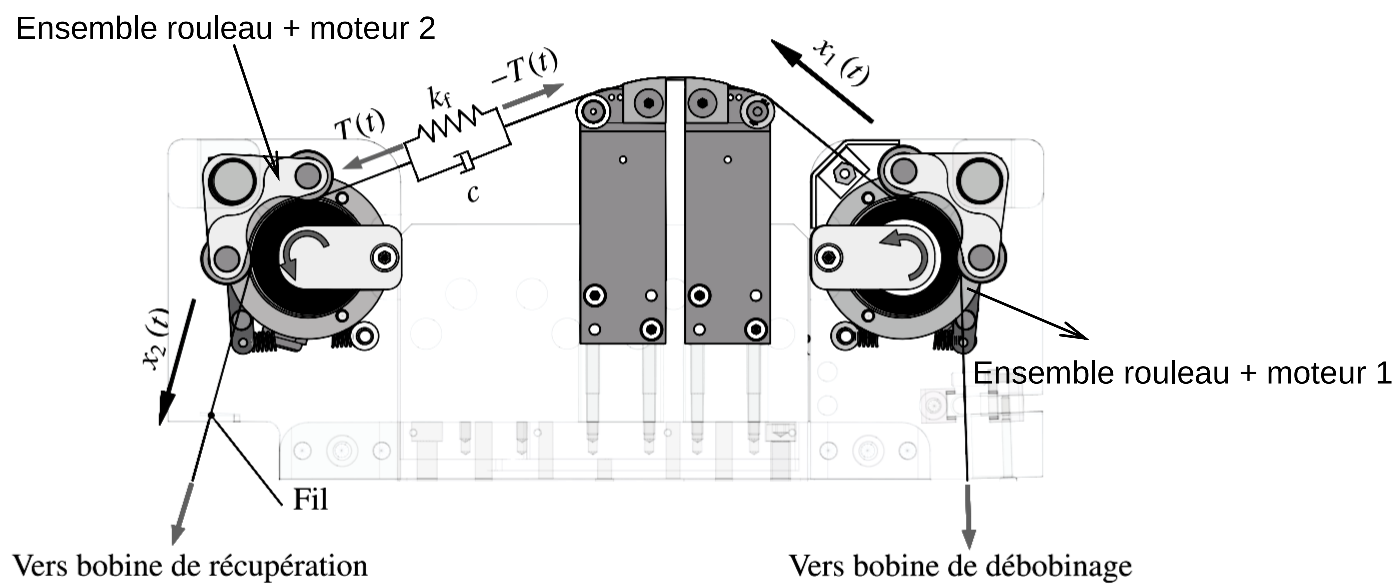
Temps de réponse réduit $t_{5\%}.\omega_0$

Figure 3



Exercice 2

Un système de bobinage/débobinage d'un fil métallique est asservi en vitesse (on doit garder très précisément une vitesse de déroulement du fil constante). Pour ne par déformer ou pire, casser le fil ce système est également asservi sur l'effort de de tension du fil.



Problématique : valider l'asservissement de la vitesse $dx(t)/dt$ du fil tout en assurant une tension du fil $T(t)$ constante.

On note la position courante du fil $x_1(t)$ situé en sortie de rouleau de régulation d'avance pour une position angulaire du rouleau de régulation notée $\theta_1(t)$. De la même manière, la position courante d'un point du fil en sortie de rouleau d'avance est notée $x_2(t)$ pour une position angulaire du rouleau d'avance $\theta_2(t)$. Ainsi, la position moyenne d'un point du fil situé entre les rouleaux, notée $x(t)$, est définie par : $x(t) = (x_1(t)+x_2(t))/2$

On considère que le fil est modélisé par un ressort de raideur équivalente k_f et un amortisseur de constante visqueuse c. La tension $T(t)$ est alors donnée par :

$$T(t) = k_{\mathrm{f}}(x_2(t) - x_1(t)) + c\left(\frac{\mathrm{d}x_1(t)}{\mathrm{d}t} - \frac{\mathrm{d}x_2(t)}{\mathrm{d}t}\right)$$

On peut démontrer que les deux équations différentielles suivantes régissent le comportement du système.

$$\begin{cases} \dfrac{\mathrm{d}v(t)}{\mathrm{d}t} + \dfrac{f}{I_m}v(t) = \dfrac{K_m R_{\mathrm{c}}}{2I_m} i_{\mathrm{s}}(t) \\ \dfrac{I_m}{2R_{\mathrm{c}}^2 k_{\mathrm{f}}}\dfrac{\mathrm{d}^2T(t)}{\mathrm{d}t^2} + \dfrac{f + 2cR_{\mathrm{c}}^2}{2R_{\mathrm{c}}^2 k_{\mathrm{f}}}\dfrac{\mathrm{d}T(t)}{\mathrm{d}t} + T(t) = \dfrac{K_m}{2R_{\mathrm{c}}}\left(i_{\mathrm{d}}(t) + \dfrac{c}{k_{\mathrm{f}}}\dfrac{\mathrm{d}i_{\mathrm{d}}(t)}{\mathrm{d}t}\right) \end{cases} \quad \text{avec} \quad \begin{cases} i_{\mathrm{s}}(t) = i_1(t) + i_2(t) \\ i_{\mathrm{d}}(t) = i_2(t) - i_1(t) \end{cases}$$

$i_1(t)$ et $i_2(t)$ sont les courants parcourant les moteurs d'avance du fil, R_c est le rayon d'un rouleau, I_m l'inertie équivalente du rouleau + moteur, c et k_f sont des constantes mécaniques du fil, f caractérise le frottement du fil sur les rouleaux, K_m est la constante de couple des moteurs.

p est la variable de Laplace et $V(p)$, $T(p)$, $I_s(p)$ et $I_d(p)$ représentent respectivement les transformées de Laplace de $v(t)$, $T(t)$, $i_s(t)$ et $i_d(t)$...

Question 12 : Déterminer la fonction de transfert entre :

– la vitesse de défilement du fil $v(t)$ et la commande $i_s(t)$ définie par $H_1(p) = \dfrac{V(p)}{I_s(p)} = \dfrac{K_1}{1+\tau_1 p}$

On explicitera le gain statique K_1 et la constante de temps τ_1 en fonction de l'ensemble des données du problème.

Quel est l'ordre de cette fonction de transfert ?

Question 13 : Déterminer la fonction de transfert entre :

– la tension $T(t)$ du fil et la commande $i_d(t)$ définie par $H_1(p) = \dfrac{T(p)}{I_d(p)} = K_2 \dfrac{1+\tau_2 p}{1+\dfrac{2\xi}{\omega_0}p+\dfrac{p^2}{\omega_0^{\ 2}}}$

On donnera les expressions du gain statique K_2, de la constante de temps τ_2, de la pulsation propre ω_0 et du coefficient d'amortissement ξ en fonction de l'ensemble des données du problème.

Quel est l'ordre de cette fonction de transfert ?